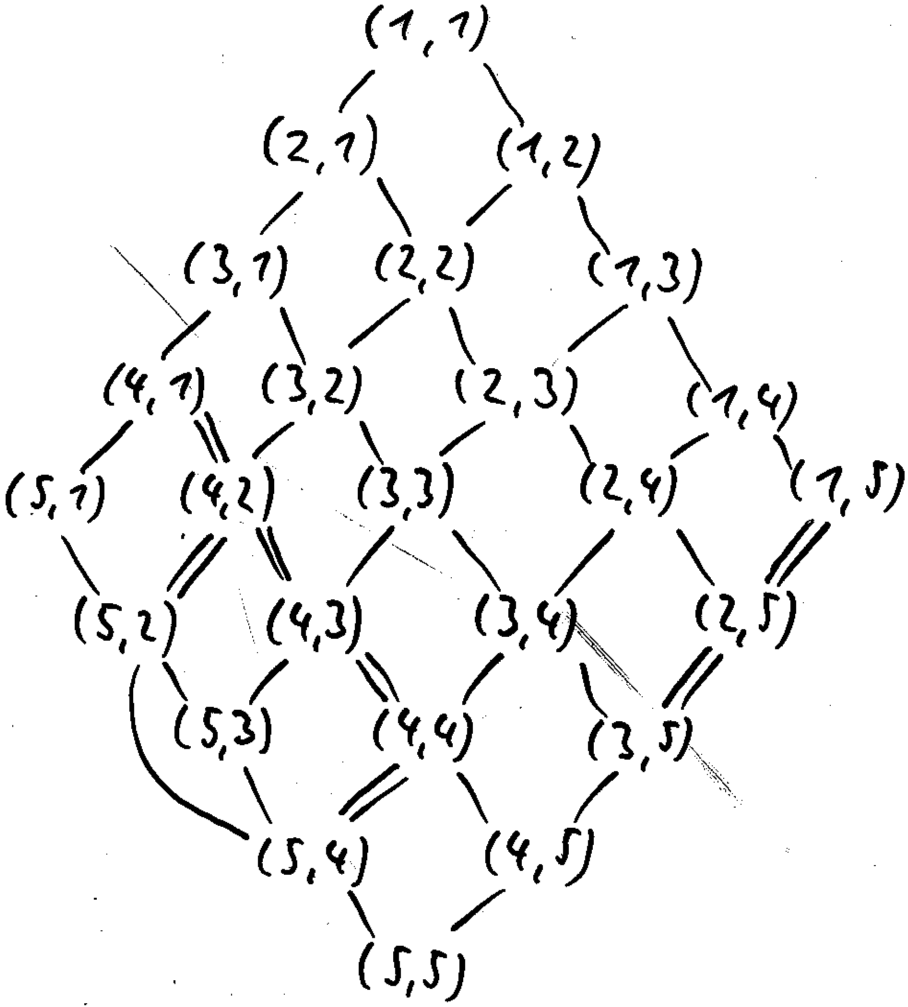


Hasse-Diagramm für Ordnungsrelationen $\preceq$:

Ein Element x ist von oben mit einem Element y verbunden $\Leftrightarrow$ 1) $y \precneqq x$

$\wedge$ 2) $(y \preceq z) \wedge (z \preceq x) \Rightarrow (y = z) \vee (z = x)$

Ein Hasse-Diagramm muss nicht zusammenhängend sein!

Bsp. (s.o.):

Es gebe nur die Ergebnisse

$\underset{+}{(4,1)}, (4,2), (5,2), (4,3), (4,4), \underset{-}{(5,4)}, \underset{+}{(1,5)}, (2,5), \underset{-}{(3,5)}$

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\boxed{ggT}(700,220) = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$kgV(700,220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$ggT(700,220) \cdot kgV(700,220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$= \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11}_{220} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7}_{700}$$

$$15750 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$694575 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3$$

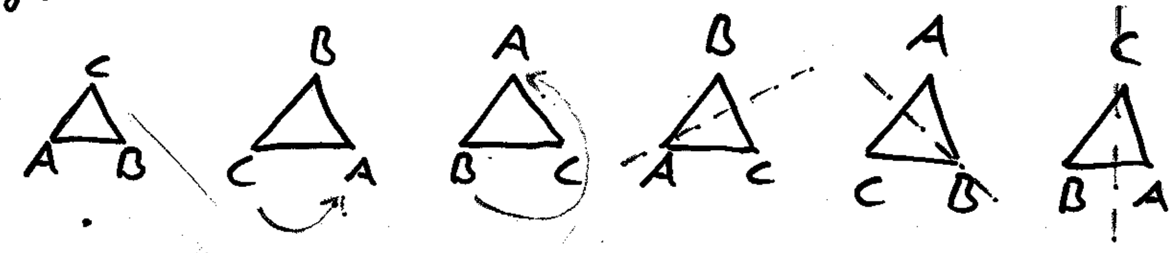
$$ggT(15750,694575) = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$kgV(15750,694575) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3$$

$$ggT \cdot kgV = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$= \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7}_{15750} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{694575}$$

Aufgabe 8 - 3



$id = \varrho_0$ $\quad \varrho_1 \quad \varrho_2 \quad \sigma_A \quad \sigma_B \quad \sigma_C$

	$\circ$	ϱ_0	ϱ_1	ϱ_2	σ_A	σ_B	σ_C
1	ϱ_0	ϱ_0	ϱ_1	ϱ_2	σ_A	σ_B	σ_C
3	ϱ_1	ϱ_1	ϱ_2	ϱ_0	σ_C	σ_A	σ_B
3	ϱ_2	ϱ_2	ϱ_0	ϱ_1	σ_B	σ_C	σ_A
2	σ_A	σ_A	σ_B	σ_C	ϱ_0	ϱ_1	ϱ_2
2	σ_B	σ_B	σ_C	σ_A	ϱ_2	ϱ_0	ϱ_1
2	σ_C	σ_C	σ_A	σ_B	ϱ_1	ϱ_2	ϱ_0

$\varrho_0 \Leftrightarrow x$

$\varrho_1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x}$

$\varrho_2 \Leftrightarrow \frac{1}{1-x}$

$\sigma_A \Leftrightarrow \frac{1}{x}$

$\sigma_B \Leftrightarrow \frac{x}{x-1}$

$\sigma_C \Leftrightarrow 1-x$

$\mathbb{Z}_2$

+	0	1
0	0	1
1	1	0

$\cdot$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\mathbb{Z}_3$

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$\cdot$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

$\mathbb{Z}_4$

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$\mathbb{Z}_4$

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

$\mathbb{Z}_7$

+	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

$\cdot$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

$\mathbb{Z}_8$

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	3	4	5	6	7	0	1
3	3	4	5	6	7	0	1	2
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	6	7	0	1	2	3	4
6	6	7	0	1	2	3	4	5
7	7	0	1	2	3	4	5	6

$\cdot$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

$\mathbb{Z}_8^*$

	$*$	1	3	5	7
1	1	1	3	5	7
2	3	3	1	7	5
2	5	5	7	1	3
2	7	7	5	3	1

$\mathbb{Z}_{10}^*$

	$*$	1	3	7	9
1	1	1	3	7	9
4	3	3	9	1	7
4	7	7	1	9	3
2	9	9	7	3	1

$\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$

	$+$	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)
1	(0,0)	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)
2	(0,1)	(0,1)	(0,0)	(1,1)	(1,0)
2	(1,0)	(1,0)	(1,1)	(0,0)	(0,1)
2	(1,1)	(1,1)	(1,0)	(0,1)	(0,0)

$\mathbb{Z}_4$

	$+$	0	1	2	3
1	0	0	1	2	3
4	1	1	2	3	0
2	2	2	3	0	1
4	3	3	0	1	2

	0	1	x	$x+1$
$\mathbb{Z}_2^2$	$(0,0)$	$(0,1)$	$(1,0)$	$(1,1)$
	0	1	2	3

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
$\mathbb{Z}_2^3$	$(0,0,0)$	$(0,0,1)$	$(0,1,0)$	$(0,1,1)$	$(1,0,0)$	$(1,0,1)$	$(1,1,0)$	$(1,1,1)$
	0	1	2	3	4	5	6	7

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	3	2	5	4	7	6
2	2	3	0	1	6	7	4	5
3	3	2	1	0	7	6	5	4
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	4	7	6	1	0	3	2
6	6	7	4	5	2	3	0	1
7	7	6	5	4	3	2	1	0

$GF(9) = \{ \underset{0}{0}, \underset{1}{1}, \underset{2}{2}, \underset{3}{x}, \underset{4}{x+1}, \underset{5}{x+2}, \underset{6}{2x}, \underset{7}{2x+1}, \underset{8}{2x+2} \}$

irreduzibles Polynom über $\mathbb{Z}_3[x]$ vom Grad 2: $\underline{\underline{x^2+1}}$

Isomorphismus zwischen $(GF(9)\setminus\{0\}, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}_8, +)$:

	1	$\longmapsto$	0
$x+1$	$4^1 = 4$	$\longmapsto$	1
$2x$	$4^2 = 6$	$\longmapsto$	2
$2x+1$	$4^3 = 7$	$\longmapsto$	3
2	$4^4 = 2$	$\longmapsto$	4
$2x+2$	$4^5 = 8$	$\longmapsto$	5
x	$4^6 = 3$	$\longmapsto$	6
$x+2$	$4^7 = 5$	$\longmapsto$	7
1	$4^8 = 1$	$\longmapsto$	0

$A \rightarrow (B,4) \rightarrow (G,5) \rightarrow (F,10)$

$B \rightarrow (A,4) \rightarrow (C,7) \rightarrow (G,2)$

$C \rightarrow (B,7) \rightarrow (G,1) \rightarrow (Z,13)$

$D \rightarrow (E,5) \rightarrow (Z,1)$

$E \rightarrow (F,3) \rightarrow (G,9) \rightarrow (Z,4) \rightarrow (D,5)$

$F \rightarrow (A,10) \rightarrow (G,6) \rightarrow (E,3)$

$G \rightarrow (A,5) \rightarrow (B,2) \rightarrow (C,1) \rightarrow (E,9) \rightarrow (F,6)$

$Z \rightarrow (C,13) \rightarrow (D,1) \rightarrow (E,5)$

B $\quad A_0 \quad B_{4,A}$

U $\quad C_{11,B} \quad G_{5,A} \quad D_\infty \quad E_\infty \quad F_{10,A} \quad Z_\infty$

B $\quad A_0 \quad B_{4,A} \quad G_{5,A}$

U $\quad C_{6,G} \quad F_{10,A} \quad E_{14,G} \quad D_\infty \quad Z_\infty$

B $\quad A_0 \quad B_{4,A} \quad G_{5,A} \quad C_{6,G}$

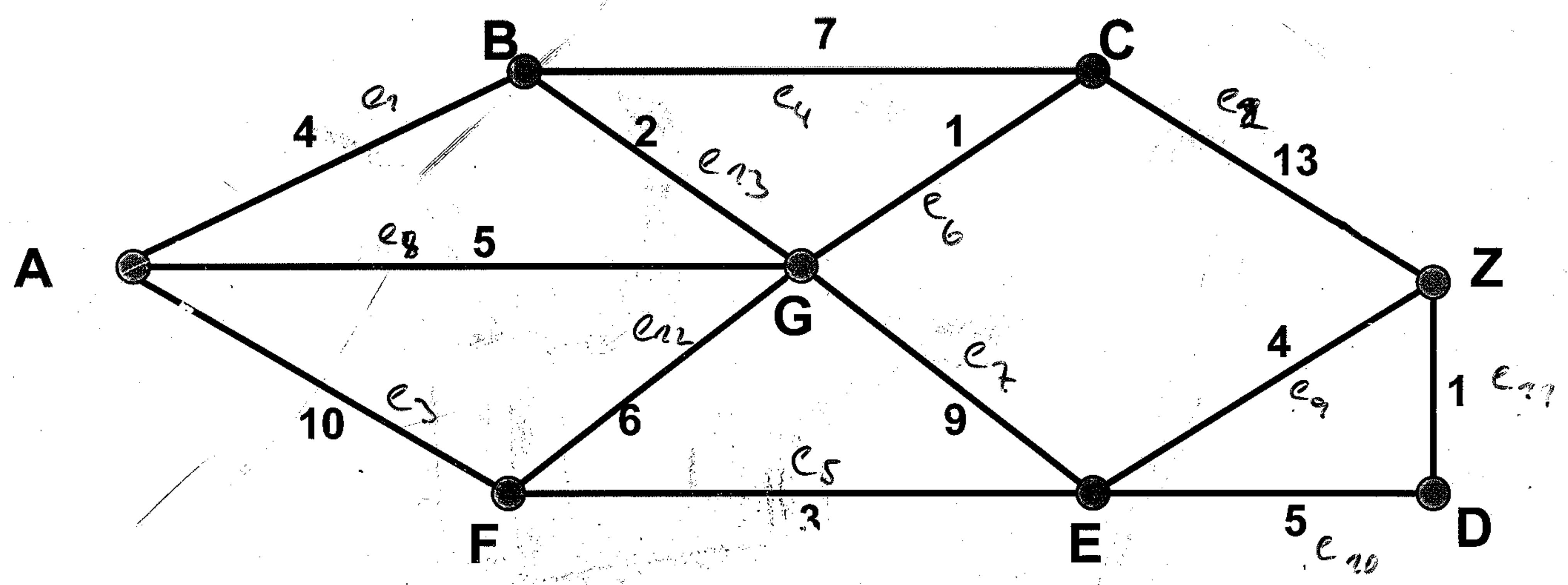
U $\quad F_{10,A} \quad E_{14,G} \quad D_\infty \quad Z_{19,C}$

B $\quad A_0 \quad B_{4,A} \quad G_{5,A} \quad C_{6,G} \quad F_{10,A}$

U $\quad E_{13,F} \quad D_\infty \quad Z_{19,C}$

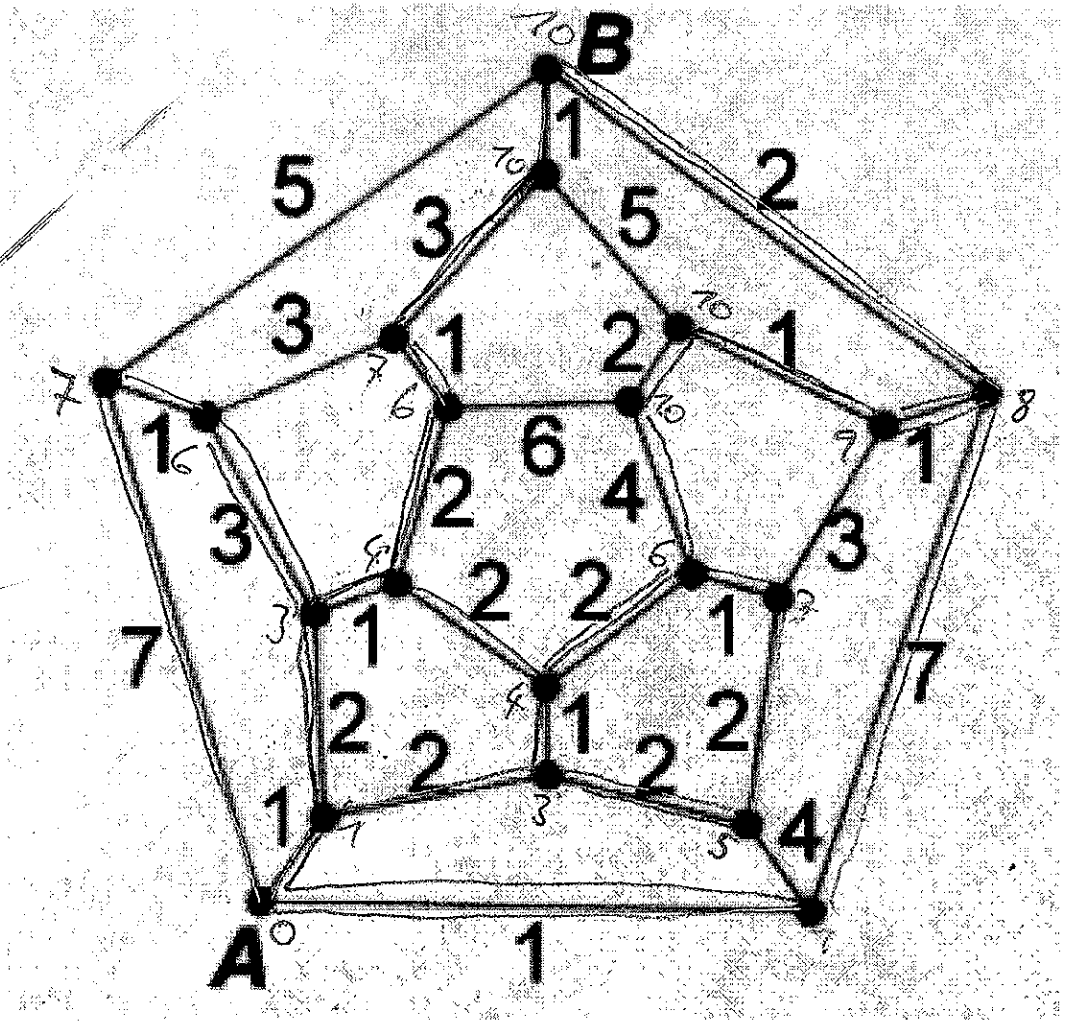
B $\quad A_0 \quad B_{4,A} \quad G_{5,A} \quad C_{6,G} \quad F_{10,A} \quad E_{13,F}$

U $\quad D_{18,E} \quad Z_{17,E}$


A
B
C
Z
G
F
E
D
4
7
2
1
13
5
10
6
9
4
1
3
5

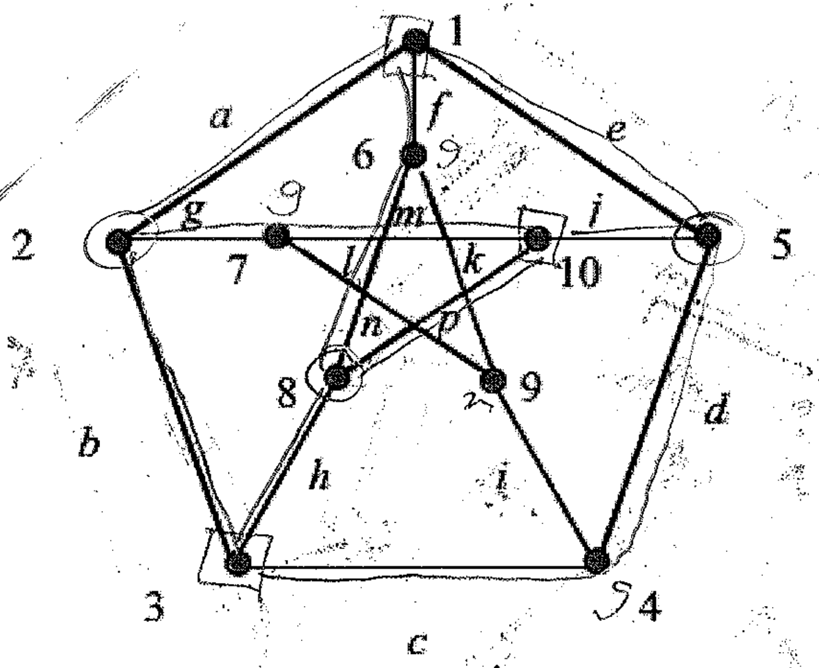
Aufgabe 12-7)

Bestimmen Sie in dem gewichteten Dodekaedergraphen einen minimalen spannenden Baum nach dem Algorithmus von Kruskal:



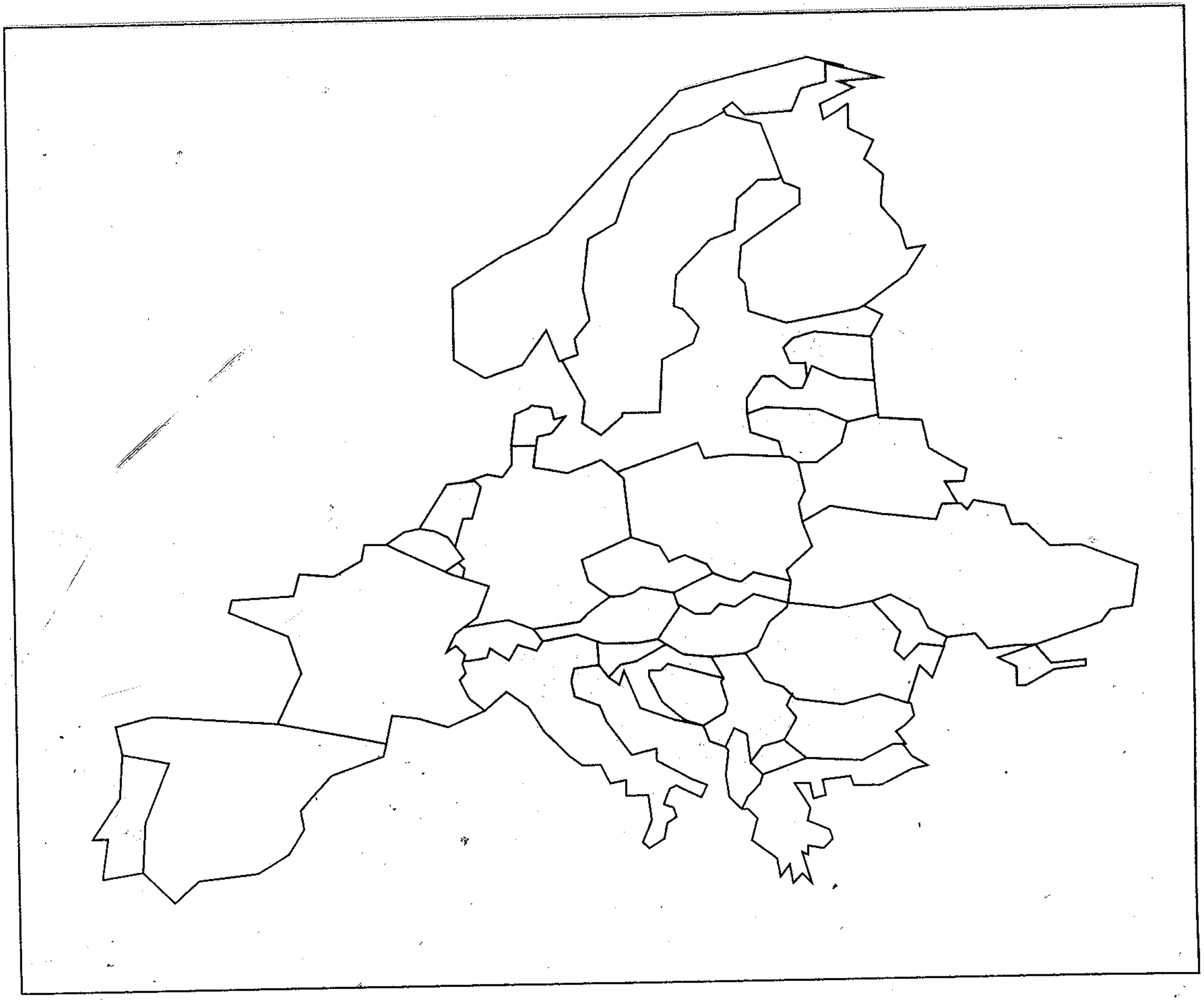
Aufgabe 12-2)

Geben Sie die Adjazenzmatrix, die Adjazenzliste und die Inzidenzmatrix des folgenden Graphen an:



Petersen-Graph

Zeichen Sie den Graph so, dass die Ecken 6, 7, 8, 9, 10 außen liegen.



Ein Beispielkarte für das Vier Farben Problem