Aufgabe 07-3)

Gegeben:

Wir werden die folgende Aussage mit vollständiger Induktion beweisen:

> Seien l_1, l_2, ... l_n verschiedene Geraden in der Ebene, von denen keine zwei parallel sind ($n \geq 2$). Dann haben alle diese Geraden einen Punkt gemeinsam.

Beweis:

1. Für $n=2$ ist die Aussage wahr, denn je 2 nichtparallele Geraden schneiden sich.

2. Angenommen, die Aussage gilt für $n=n_0$. Seien nun $n=n_0+1$ Geraden l_1, ..., l_n mit den geforderten Eigenschaften gegeben. Nach Induktionsvoraussetzung haben die ersten n_0 dieser Geraden (also l_1, l_2, ... l_{n-1}) einen gemeinsamen Punkt; nennen wir ihn einmal x. Genauso haben auch die n_0 Geraden (l_1, l_2, ..., l_{n-2}, l_n) einen Punkt gemeinsam; wir nennen ihn y. Die Gerade l_1 liegt in beiden Gruppen, enthält also sowohl x als auch y. Das trifft auch auf l_{n-2} zu. Nun schneiden sich aber l_1 und l_{n-2} in einem eindeutigen Punkt, also muß $x=y$ sein. Deshalb haben alle Geraden l_1, ... l_n einen gemeinsamen Punkt, nämlich x.

Frage: Irgendetwas ist faul daran. Nur was?