

Klausur Operations Research SS 2023

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, 25.08.2023

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, (Geodreieck), ausgeteilte Zusammenfassung

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

15 BE

Lineare Programmierprobleme (LOPs) allgemein:

1) Wie sieht eine zulässige Lösung eines OR-Problems graphisch aus? Wo finden Sie dort eine optimale Lösung? (2 BE)

Simplexverfahren:

2) Was passiert, wenn man einen negativen Quotienten für die Pivotzeile auswählt? (1 BE)

3) Reicht der Simplex-Algorithmus aus, um alle optimalen Lösungen zu erhalten? Was muss man noch machen? (1 BE)

Sensitivitätsanalyse:

4) Geben Sie an, welche 3 verschiedene Parameter sich in einem laufenden OR-System potentiell ändern können und interpretieren Sie diese für Textaufgaben, in denen es um Ressourcenverbrauch für die Herstellung verschiedener Produkte sowie die Gewinnmaximierung für die Auswahl der Produkte geht.

Hinweis: In der Vorlesung haben wir nur die Sensitivitätsanalyse von 2 verschiedenen Parametern besprochen. Hier sollen Sie alle 3 benennen.

(3 BE)

Duales Problem

5) Warum beschäftigt man sich überhaupt mit dualen Problemen? Wann ist es ein Vorteil, vom primalen zum dualen Problem zu wechseln?

(1 BE)

Ganzzahlige Optimierung

6) Warum gehört die Methode, alternative Ungleichungen zu berücksichtigen (Oder-Verknüpfungen) zum Kapitel der ganzzahligen Optimierung? Was ist dort ganzzahlig? (1 BE)

Transportproblem:

7) Was ist das Ziel eines Basiswechsels beim Transportproblem-Algorithmus? Ist es ein anderes als beim Simplexalgorithmus?

(1 BE)

Zuordnungsproblem:

8) Welche Eigenschaft muss die Matrix beim Zuordnungsproblem haben, die beim Transportproblem nicht gefordert wird? Und wie erreicht man sie, wenn sie nicht gegeben ist? (2 BE)

Zielprogrammierung:

9) Erklären Sie die beiden Typen von Schlupfvariablen und welche davon in der Zielfunktion eingesetzt wird. (2 BE)

10) Was ist die konzeptionelle Gemeinsamkeit zwischen der Gewichtungsmethode und der Vorrangmethode? (Text aus der Zusammenfassung ist nicht ausreichend) (1 BE)

Aufgabe 2:

7 BE

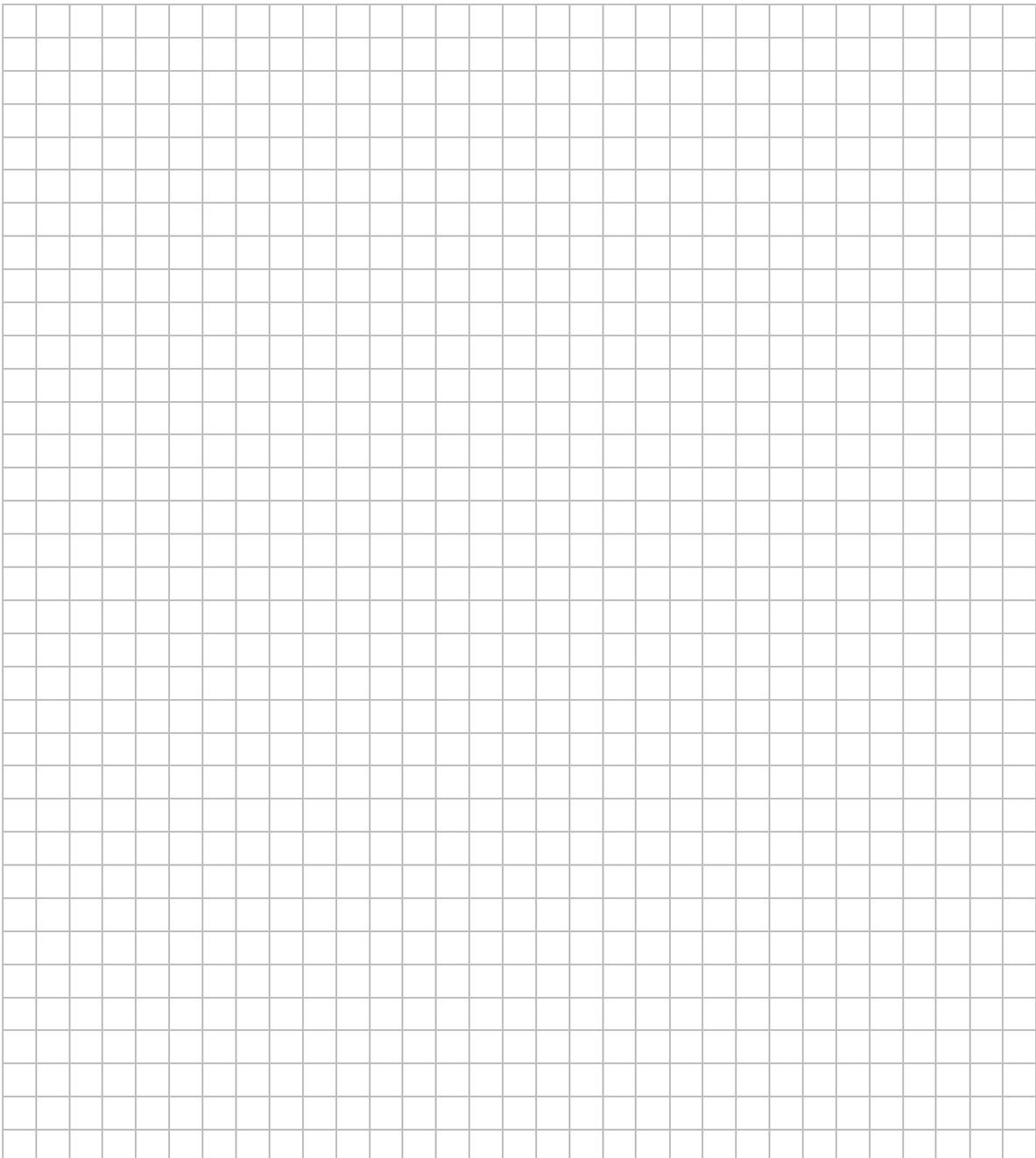
Stellen Sie ein Simplex-Lösungstableau für das folgende Optimierungsproblem auf und bestimmen Sie eine erste zulässige (nicht notwendig optimale) Lösung. Geben Sie für diese Lösung die Werte aller Variablen, auch der zusätzlichen Variablen, die Sie für das Lösungstableau brauchen, sowie den Wert der Zielfunktion an:

$$x_1 - x_2 \leq -4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max!$$



Aufgabe 3:

2 BE

Wenn das Simplexverfahren zu einer gegebenen Aufgabenstellung das folgende Tableau erhält, welche Aussage können Sie über den Bereich der zulässigen Lösungen treffen? Begründen Sie Ihre Antwort.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RS
	2	-3	1	0	5	0	1	5
	1	-2	0	1	5	-1	2	1
-z	-3	1	0	0	-1	0	-2,5	-5
-z ₂	0	0	0	0	0	-1	-1	0

Aufgabe 4:

4 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max!$$

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$x_6(KV)$	RS
	0	1	0	1	1	-1	5
	1	0	1	1	0	0	10
z	0	0	0	-2	-1	1	-15
z'	0	0	0	0	0	-1	0

a) Tragen Sie oben die Basisvariablen ein und geben Sie die optimale Lösung für x_1, x_2, x_3 an.

b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich der Koeffizient von x_2 in der Zielfunktion sein darf, ohne dass sich die optimale Lösung ändert. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen.

Aufgabe 5:

4 BE

Geben ist folgendes Optimierungsproblem:

$$x_1 + 2x_3 = 10$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$z = x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max!$$

Geben Sie das äquivalente duale Problem in derselben Darstellungsweise an.

Aufgabe 6:

4 BE

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Es ist Treibstoff von Depots d_1, d_2, d_3 zu Tankstellen t_1, t_2, t_3, t_4 zu transportieren.

Die Transportkosten (in EUR pro hl), Vorräte (hl) und Bedarfe (hl) sind folgendermaßen:

	Vorräte	t_1	t_2	t_3		
Bedarfe:		100	160	190		
d_1	90	6	7	8		
d_2	160	6	5	9		
d_3	100	3	10	2		
d_4	60	3	10	2		

Die praktische Aufgabenstellung besteht darin, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert. Für diese Klausuraufgabe soll Folgendes erledigt werden:

- Erweitern Sie die Tabelle, sodass sie für die automatische Optimierung mit Hilfe der Stepping-Stone- oder MODI-Methode einsatzfähig ist.
- Erstellen Sie eine Eröffnungslösung **nach der Matrix-Minimum-Methode**.
Wenn 2 Zellen gleichwertig für die nächste Auswahl sind, müssen Sie immer die Zelle weiter oben bzw. weiter links nehmen.
- Geben Sie die Transportkosten dieser Eröffnungslösung an.

Aufgabe 7:

4 BE + 2 BE Bonus

8 Personen sollen für Zweier-Seilschaften an der Kletterwand eingeteilt werden. In der Tabelle ist eingetragen, wie schnell das jeweilige Paar die Kletterwand besteigen kann (in Minuten).

	Anton	Berta	Cäsar	Dieter
Anna	30	60	45	100
Bill	45	100	90	60
Claudia	90	90	60	90
Dora	60	45	60	30

Alle Teams klettern gleichzeitig. Finden Sie mit Hilfe der ungarischen Methode eine eindeutige Zuordnung, in der die minimale Zeit erzielt wird, in der alle Teams oben sind. Wer zusätzlich auch noch die Summe der Aufstiegszeiten minimiert **und das nachweist**, bekommt den Bonus.

Hinweis: Verwenden Sie für die Zwischenschritte die unten angegebenen Tabellenvorlagen.

1)

	Anton	Berta	Cäsar	Dieter
Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				

2)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				

3)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				

4)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				