

Klausur Operations Research WS 2022/2023

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

17.02.2023

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, (Geodreieck), ausgeteilte Zusammenfassung

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

10 BE

Lineare Programmierprobleme (LOPs) allgemein:

1) Welche beiden unterschiedlichen Fälle kann man bei LOPs unterscheiden, in denen es keine optimale Lösung gibt?

Simplexverfahren:

2) Warum braucht man Schlupfvariablen?

3) Wann muss zusätzlich zur z-Zeile noch eine z'-Zeile eingeführt werden?

Sensitivitätsanalyse:

4) Worauf kommt es bei RS-Änderungen an, dass der Bereich unkritisch bleibt, obwohl sich doch der optimale Punkt bei jeder Änderung kontinuierlich ändert? Was genau bleibt also im unkritischen Bereich konstant, wenn das nicht die Koordinaten des Schnittpunkts der beteiligten RS sind?

Duales Problem

5) Wie verhalten sich die Lösungen des Maximierungsproblems zu den Lösungen des dualen Minimierungsproblems, wenn beide existieren? Gibt es da eine Größenbeziehung?

Ganzzahlige Optimierung

- 6) Geben Sie 2 verschiedene Bedingungen an, bei denen der branch-and-bound-Algorithmus die bestehende Lösung nicht mehr weiter verzweigt.

Transportproblem:

- 7) Wann kann ein Basiswechsel nicht durchgeführt werden, obwohl er laut Berechnung (SteppingStone oder MODI) eine Verbesserung ist?

Zuordnungsproblem:

- 8) Was wird im Standard-Zuordnungsproblem optimiert und was im Engpassproblem?

- 9) Welche Eigenschaft muss die Matrix beim Zuordnungsproblem haben, die beim Transportproblem nicht gefordert wird? Und wie erreicht man sie, wenn sie nicht gegeben ist?

Zielprogrammierung:

- 10) Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil der Gewichtungsmethode gegenüber der Vorrangmethode.

Aufgabe 2:

4 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_2 \geq 20$$

$$x_1 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \leq 70$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max!$$

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt, wobei die Nummerierung der Schlupfvariablen der Reihenfolge der obigen Gleichungen entspricht:

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | RS |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 60 |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 50 |
| - z | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | -80 |

- a) Setzen Sie in die linke Spalte die Basisvariablen ein und geben Sie die optimale Lösung an, indem Sie die Werte aller beteiligten Variablen angeben. (1 BE)
- b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich der Koeffizient von x_1 in der Zielfunktion sein darf, ohne dass sich die optimale Lösung ändert. Geben Sie den Bereich für den Koeffizienten selbst an, nicht nur die Abweichung epsilon. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen. (3 BE)

Aufgabe 4:

9 BE

Demonstrieren Sie das Branch-and-Bound-Verfahren auf folgende Weise für die untenstehende Aufgabe:

a) Bestimmen Sie eine optimale Lösung mit dem normalen Simplexverfahren, welche auf die Ganzzahligkeit der Lösung keine Rücksicht nimmt. (7 BE)

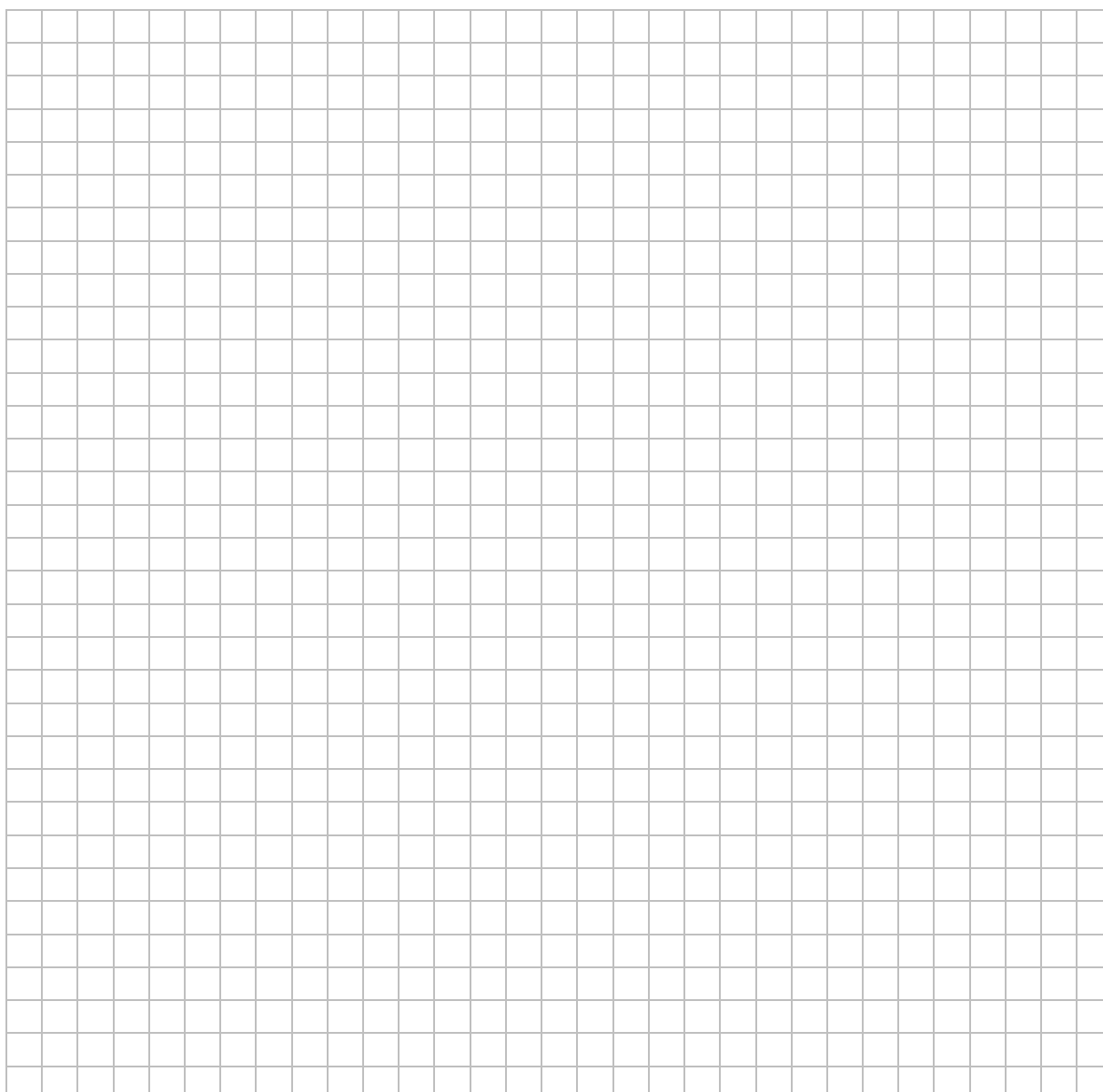
b) Geben Sie dann die neuen Teilprobleme an, welche im nächsten Schritt mit dem normalen Simplexverfahren gelöst werden sollen. Diese müssen Sie nicht mehr weiter lösen. Für jedes Teilproblem sollen Sie alle (Un)gleichungen (nicht die Tableaus!) angeben, welche das normale Simplexverfahren berücksichtigen soll. Sie dürfen gemeinsame Ungleichungen gerne zusammenfassen, um Schreibarbeit zu ersparen. (2 BE)

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{N}$$

$$z = x_2 \rightarrow \max!$$



Aufgabe 5:

5 BE

In einem Transportproblem gibt es folgende Ressourcen und Verbraucher mit entsprechenden Vorräten und Bedarfen und Transportkosten, wobei die vorhandenen Vorräte gleich den nachgefragten Bedarfen sind:

| | Vorräte | v_1 | v_2 | v_3 | v_4 |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|
| Bedarfe: | | 200 | 300 | 150 | 200 |
| u_1 | 400 | 5 | 7 150 | 6 150 | 3 200 |
| u_2 | 300 | 2 200 | 10 | 4 100 | 8 |
| u_3 | 150 | 7 | 2 150 | 9 | 5 |

Ziel ist es, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert. Hierfür wurde eine Basislösung erstellt, welche aus den markierten Feldern besteht. Die Menge der tatsächlich transportierten Einheiten ist kursiv dargestellt.

Für die Klausuraufgabe soll Folgendes erledigt werden:

Bestimmen Sie mit Hilfe der MODI-Methode die Bewertungszahlen für alle Nichtbasisvariablen (durch Eintrag in die Tabelle, Nebenrechnungen hier).

Aufgabe 6:

4 BE

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Hugo plant einen Informationsbesuch an der FH Wedel: Er hat dafür zwischen 10 Uhr und 16 Uhr Zeit. In dieser Zeit möchte er gerne Folgendes unternehmen:

Mindestens 2 Stunden möchte er sich Labore ansehen. Ferner will er sich mit mindestens 4 Dozenten für jeweils 1 Stunde unterhalten. Außerdem will er in der Cafeteria für mindestens 1 Stunde essen, um sich dort mit Studierenden unterhalten zu können. Die Cafeteria ist ihm am wichtigsten. Dann kommen die Dozenten und erst danach die Labore.

Stellen Sie das LOP auf, das im ersten Schritt der Vorrangmethode gelöst werden muss.

