Klausur Operations Research SS 2022

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

26.08.2022

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, (Geodreieck), ausgeteilte Zusammenfassung

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: 10 BE

Lineare Programmierprobleme (LOPs) allgemein:

1) In welchen Fällen ist die optimale Lösung bei LOPs nicht eindeutig? Wie viele Lösungen hat man dann und wie bekommt man die dann?

Simplexverfahren:

2) Wozu braucht man künstliche Variable?

3) Ab welchem Zeitpunkt im Simplexverfahren werden Spalten mit künstlicher Variable nicht mehr betrachtet, und warum macht man das so?

Sensitivitätsanalyse:

4) Bei welchem Typ von Änderungen ändert sich die optimale Lösung nur ein bisschen, bis es zum offiziellen Lösungswechsel kommt, und bei welchem Typ ändert sie sich überhaupt nicht?

Duales Problem

5) Wenn das primale Problem unlösbar ist, gilt dann immer, dass das duale Problem unbeschränkt ist, oder gibt es noch eine weitere Möglichkeit?

Ganzzahlige Optimierung

6) Ist die branch-and-bound-Methode vom Heuristiktyp 1 (immer richtig, aber nicht immer schnell) oder vom Typ 2 (immer schnell, aber nicht immer richtig)? Begründen Sie Ihre Antwort.

Transportproblem:

7) Wie viele Gleichungen sind bei der Lösung nach dem MODI-Verfahren für eine n x m – Matrix zu berücksichtigen?

Zuordnungsproblem:

8) Warum gibt es immer eine optimale Lösung beim Zuordnungsproblem?

9) Wie erreicht man bei der ungarischen Methode, dass alle Einträge nichtnegativ sind?

Zielprogrammierung:

10) Was ist der entscheidende Unterschied in der Problemstellung zu Zielprogrammierung im Vergleich zu allen Aufgabenstellungen zuvor?

Aufgabe 2: 4 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_2 \geq 20$$

$$x_1 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \leq 70$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow$ min!

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt, wobei die Nummerierung der Schlupfvariablen der Reihenfolge der obigen Gleichungen entspricht:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RS
	1	1	-1	0	0	20
	1	0	0	1	0	10
	0	0	1	0	1	50
z	-1	0	-1	0	0	20

a) Setzen Sie in die linke Spalte die Basisvariablen ein und geben Sie die optimale Lösung an, indem Sie die Werte aller beteiligten Variablen angeben. (2 BE)

b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich der Koeffizient von x_1 in der Zielfunktion sein darf, ohne dass sich die optimale Lösung ändert. Geben Sie den Bereich für den Koeffizienten selbst an, nicht nur die Abweichung epsilon. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen. (2 BE)

Aufgabe 3: 7 BE

Geben ist folgendes Optimierungsproblem:

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 20$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 50$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$z = x_1 + x_3 \rightarrow$ min!

a) Geben Sie das äquivalente duale Problem in derselben Darstellungsweise an (also noch ohne zusätzliche Variablen, die im Lösungstableau benötigt werden). (4 BE)

b) Stellen Sie für das duale Problem ein Tableau auf, sodass der Simplexalgorithmus damit arbeiten kann! (3 BE)

Aufgabe 4: 8 BE

Geben ist das folgende Optimierungsproblem:

$x_1 + \quad x_2 + \quad x_3 <= 8$ oder $2\,x_1 + 2\,x_2 - x_3 >= 20$

$x_1 + \quad x_2 + \quad x_3 <= 15$

$x_1, x_2, x_3 >= 0$

$z = x_1 + x_2 + 3\,x_3$ -> max!

a) Transformieren Sie das in ein Ungleichungssystem, das auf Alternativen verzichtet, sondern das ausschließlich aus Restriktionen besteht, die gleichzeitig gelten müssen. Arbeiten Sie mit einer abstrakten Konstanten M. (5 BE)

b) Wählen Sie einen zulässigen Wert für die Konstante M und weisen Sie die Zulässigkeit nach. (3 BE)
<u>Hinweis:</u> Sie müssen keinen minimalen Wert für M nehmen.

Aufgabe 5: 7 BE

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Es ist Treibstoff von Depots d_1, d_2, d_3 zu Tankstellen t_1, t_2, t_3 zu transportieren.

Die Transportkosten (in EUR pro hl), Vorräte (hl) und Bedarfe (hl) sind folgendermaßen:

	Vorräte	t_1	t_2	t_3		
Bedarfe:		100	50	60		
d_1	120	3	8	8		
d_2	60	6	5	7		
d_3	90	4	10	6		

Die praktische Aufgabenstellung besteht darin, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert. Für diese Klausuraufgabe soll Folgendes erledigt werden:

a) Erweitern Sie die Tabelle, sodass sie für die automatische Optimierung mit Hilfe der Stepping-Stone- oder MODI-Methode einsatzfähig ist. (2 BE)

b) Erstellen Sie eine Eröffnungslösung nach dem Matrixminimumverfahren. Hierfür sollen Sie mehreren gleichen Möglichkeiten den Wert nehmen, der am weitesten links bzw. oben steht. Geben Sie konkret an, welche Transporte in dieser Eröffnungslösung realisiert werden. (3 BE)

c) Geben Sie die Kosten dieser Transportlösung an. (1 BE)

d) Wenn Sie mit einer anderen Eröffnungslösung starten, in welcher Weise könnte sich die optimale Lösung im Vergleich zu b) ändern? (1 BE)

Aufgabe 6: 4 BE

5 Mitarbeiter sollen die SW-Module A, B, C, D, E programmieren, und zwar so, dass jeder genau ein Modul programmiert. Im Folgenden sind die Stunden angegeben, die der jeweilige Mitarbeiter für die jeweiligen Module benötigt:

	A	B	C	D	E
Anton	10	6	7	7	10
Berta	6	8	9	7	8
Cäsar	8	9	8	11	10
Dora	7	7	6	6	7
Emilie	10	8	10	7	5

Alle Mitarbeiter fangen gleichzeitig an zu programmieren. Finden Sie eine Zuordnung, welche dafür sorgt, dass die Fertigstellung aller Module frühestmöglich beendet ist.
Sie müssen **nicht** die Gesamtarbeitszeit minimieren. Wer das dennoch macht, bekommt einen Bonus.

Hinweis: Verwenden Sie für die Zwischenschritte die unten angegebenen Tabellenvorlagen. Die Vorlagen geben mehr Zwischenschritte an, als Sie brauchen.

1)	A	B	C	D	E
Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

2)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

3)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

4)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					