

Klausur Operations Research SS 2020

Iwanowski 28.08.2020

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

Viel Erfolg!

Aufgabe 2:

4 BE

Mit Hilfe des Simplexverfahrens wurde für ein Ungleichungssystem mit 3 Variablen und einer Zielfunktion die optimale Lösung $x_1=3$, $x_2=4$ und $x_3=6$ bestimmt. Mit Hilfe eines Basiswechsels durch einen 0-Koeffizienten in der z-Zeile wurde dann eine zweite optimale Lösung gefunden: $x_1=7$, $x_2=3$ und $x_3=2$.

Bestimmen Sie alle optimalen Lösungen durch eine Formel mit Parameter (diesen genau eingrenzen!) und begründen Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 3:

4 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_2 \leq 50$$

$$x_2 \leq 30$$

$$x_1 + x_2 \geq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min!$$

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt, wobei die Nummerierung der Schlupfvariablen der Reihenfolge der obigen Gleichungen entspricht:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RS
	1	1	0	0	-1	20
	0	0	1	0	1	30
	0	1	0	1	0	30
z	0	-1	0	0	-2	40

- a) Setzen Sie in die linke Spalte die Basisvariablen ein und geben Sie die optimale Lösung an, indem Sie den Wert aller beteiligten Variablen angeben. (2 BE)
- b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich sich die rechte Seite der ersten Ungleichung (im Moment 50) befinden darf, ohne dass die bisher optimale Lösung ihre Zulässigkeit verliert. Begründen Sie Ihre Antwort (2 BE)

Aufgabe 5:

8 BE

Geben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 9 \text{ oder } 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$z = x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max!$$

- a) Transformieren Sie das in ein Ungleichungssystem, das auf Alternativen verzichtet, sondern das ausschließlich aus Restriktionen besteht, die gleichzeitig gelten müssen. Geben Sie auch die Definitionsbereiche aller Variablen an und bestimmen Sie einen zulässigen Wert für die Konstante M. (6 BE)

- b) Der Simplexalgorithmus kommt im transformierten System zu folgendem Ergebnis:

$$x_1 = 1,5 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 3,5 \quad x_4 = 0,6 \quad z = 12$$

Erklären Sie, warum die Werte von x_1 , x_2 , x_3 nicht die Restriktionen oben erfüllen. Was muss man machen, um doch noch zum richtigen Ergebnis zu kommen? Es reicht, wenn Sie den nächsten Schritt beschreiben. (2 BE)

Aufgabe 6:

4 BE

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Es ist Treibstoff von Depots d_1, d_2, d_3, d_4 zu Tankstellen t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 zu transportieren.

Die Transportkosten (in EUR pro hl), Vorräte (hl) und Bedarfe (hl) sind folgendermaßen:

	Vorräte	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Bedarfe:		120	60	80	80	60
d_1	100	6	7	8	3	4
d_2	100	6	5	9	2	9
d_3	100	3	10	6	10	7
d_4	100	4	4	8	4	7

Die praktische Aufgabenstellung besteht darin, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert.

- a) Erstellen Sie eine Eröffnungslösung nach dem Matrixminimumverfahren. Sie können die Lösung oben einzeichnen. (2 BE)
Hinweis: Sie sollten keine Lieferung von d_1 an t_4 vornehmen.

- b) Ermitteln Sie dann mit der Stepping-Stone-Verfahren, ob es sich lohnt, dass d_1 an t_4 liefert. (2 BE)

Aufgabe 7:

4 BE

5 Mitarbeiter sollen die SW-Module A, B, C, D, E programmieren, und zwar so, dass jeder genau ein Modul programmiert. Im Folgenden sind die Stunden angegeben, die der jeweilige Mitarbeiter für die jeweiligen Module benötigt:

	A	B	C	D	E
Anton	10	10	7	6	8
Berta	6	8	7	8	6
Cäsar	7	3	8	9	10
Dora	10	7	7	3	7
Emilie	10	8	9	7	5

Alle Mitarbeiter fangen gleichzeitig an zu programmieren. Finden Sie eine Zuordnung, welche dafür sorgt, dass die Fertigstellung aller Module frühestmöglich beendet ist. Die Gesamtarbeitszeit muss nicht minimiert werden.

Hinweis: Verwenden Sie für die Zwischenschritte die unten angegebenen Tabellenvorlagen. Die Vorlagen geben mehr Zwischenschritte an, als Sie brauchen.

1)

	A	B	C	D	E
Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

2)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

3)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

4)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					