Klausuraufgaben Operations Research 2019

Iwanowski 16.08.2019

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck, ausgeteilte Zusammenfassung

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: 3 BE

Mit Hilfe des Simplexverfahrens wurde für ein lineares Ungleichungssystem mit 4 Variablen und einer Zielfunktion die optimale Lösung $x_1=5$, $x_2=0$, $x_3=2$ und $x_4=2$ bestimmt. Die Lösung $x_1=1$, $x_2=8$, $x_3=6$ und $x_4=2$ ist ebenfalls optimal.

Bestimmen Sie rechnerisch (nicht graphisch!) eine weitere optimale Lösung für $x_3=3$ und begründen Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 2: 9 BE

Bestimmen Sie mit dem Simplexverfahren die optimale Lösung für folgendes Optimierungsproblem falls vorhanden und geben Sie für diese Lösung die Werte aller Variablen sowie den Wert der Zielfunktion an bzw. begründen Sie, warum es keine optimale Lösung gibt:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 \quad\quad + x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow$ max!

Hier verlangte Zwischenschritte: Geben Sie ein Lösungstableau an und führen Sie das Simplexverfahren an diesem Tableau vor!

Aufgabe 3:

2 BE

Wenn das Simplexverfahren zu einer gegebenen Aufgabenstellung das folgende Tableau erhält, welche Aussage können Sie über die optimale Lösung treffen? Begründen Sie Ihre Antwort!

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RS
	1	1	1	3	3	0	3
	0	0	2	0	1	1	2
$-z$	0	0	2	2	-5	0	-1
$-z_2$	-1	0	-1	-1	-2	0	1

Aufgabe 4: 4 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &\le 10 \\ x_1 + x_3 &\ge 5 \\ x_1, x_2, x_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

$z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow$ min!

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RS
	0	1	0	1	1	-1	5
	1	0	0	0	-1	1	5
z	0	-1	-1	0	-2	2	10
z‘	0	0	0	0	0	-1	0

a) Geben Sie die optimale Lösung für die Variablen x_1, x_2, x_3 an. (1 BE)

b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich der Koeffizient von x_2 in der Zielfunktion sein darf, ohne dass sich die optimale Lösung ändert. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen. (3 BE)

Aufgabe 5: 7 BE

Geben ist folgendes Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$
$$x_1 \quad + x_3 \geq 5$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow$ min!

a) Geben Sie das äquivalente duale Problem in derselben Darstellungsweise an. (4 BE)

b) Stellen Sie für das duale Problem das vollständige Tableau auf, sodass der Standard-Simplexalgorithmus damit arbeiten kann. (3 BE)

Aufgabe 6: 4 BE

Im Landkreis Pinneberg liegen 6 Städte. Die Fahrtzeiten zwischen den Städten finden Sie in folgender Tabelle:

	Stadt 1	Stadt 2	Stadt 3	Stadt 4	Stadt 5	Stadt 6
Stadt 1	0	10	20	30	30	20
Stadt 2	10	0	25	35	20	10
Stadt 3	20	25	0	15	30	20
Stadt 4	30	35	15	0	15	25
Stadt 5	30	20	30	15	0	14
Stadt 6	20	10	20	25	14	0

Alle Städte sollen innerhalb von 15 Minuten von der Feuerwehr erreicht werden.

a) Stellen Sie ein lineares Ungleichungssystem auf, dessen Lösung die Anzahl der Feuerwachen minimiert. Geben Sie auch die Definitionsbereiche der Variablen an. (3 BE)

b) Geben Sie den Grund an, warum der Standard-Simplexalgorithmus in der Regel die Lösung nicht in einem Durchlauf findet. Mit welcher hier nicht gewünschten Eigenschaft muss man bei der vom Simplex errechneten Lösung rechnen? (1 BE)

Aufgabe 7: 6 BE

In einem Transportproblem gibt es folgende Ressourcen und Verbraucher mit entsprechenden Vorräten und Bedarfen und Transportkosten, wobei die vorhandenen Vorräte gleich den nachgefragten Bedarfen sind:

	Vorräte	v_1	v_2	v_3	v_4
Bedarfe:		200	300	150	200
u_1	400	5	7 *150*	6 *150*	3 *200*
u_2	300	2 *200*	10	4 100	8
u_3	150	7	2 150	9	5

Ziel ist es, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert. Hierfür wurde eine Basislösung erstellt, welche aus den markierten Feldern besteht. Die Menge der tatsächlich transportierten Einheiten ist kursiv dargestellt.

Für die Klausuraufgabe soll Folgendes erledigt werden:

Bestimmen Sie mit Hilfe der MODI-Methode die Bewertungszahlen für alle Nichtbasisvariablen (durch Eintrag in die Tabelle, Nebenrechnungen hier).

Aufgabe 8: 5 BE

9 Studierende sollen in Zweiergruppen für die Programmierübungen eingeteilt werden. Allerdings verstehen sich nicht alle sehr gut. Im Folgenden sind die Wahrscheinlichkeiten eingetragen, dass es zwischen den Personen zum Streit kommen kann.

	Anton	Berta	Cäsar	Dieter
Anna	0,5	0,05	0,15	0,35
Bill	0,1	0,2	0,35	0,5
Claudia	1	0,15	0,25	0,45
Dora	0,5	0,1	0,45	0,15
Emilie	0,5	1	0,75	0,35

Finden Sie mit Hilfe der ungarischen Methode eine eindeutige Zuordnung, in der die maximale Anzahl von Zweiergruppen gewährleistet ist und gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit minimiert, dass es zum Streit kommt.

Hinweis: Verwenden Sie für die Zwischenschritte die unten angegebenen Tabellenvorlagen. Die Vorlagen geben mehr Zwischenschritte an, als Sie brauchen.

1)	Anton	Berta	Cäsar	Dieter
Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				
Emilie				

2)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				
Emilie				

3)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				
Emilie				

4)

Anna				
Bill				
Claudia				
Dora				
Emilie				