

# Klausur Operations Research WS 2016/2017

Iwanowski 25.01.2016

## Hinweise:

**Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

**Erlaubte Hilfsmittel:** Taschenrechner, Geodreieck

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben. Wenn diese Klausur mit einer anderen Prüfungsleistung im selben Modul liegt, dann reicht es aus, insgesamt auf 50 % zu kommen.

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1:**

(8 BE)

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Eine Rösterei will verschiedene Kaffeeprodukte für den Verbraucher produzieren. Es stehen täglich zwei Rohprodukte zur Verfügung: 3 t Arabica und 2 t Robusta. Insgesamt kann die Rösterei 4 t Rohprodukt am Tag verarbeiten. Die Verarbeitung von 1 kg Arabica bringt einen Gewinn von 2 EUR, die von 1 kg Robusta einen Gewinn von 1,50 EUR. Es soll mindestens 500 kg mehr Arabica als Robusta verarbeitet werden. Es soll ein Tagesprogramm für den maximalen Gewinn erarbeitet werden.

- a) Definieren Sie ein mathematisches Optimierungsproblem aus linearen Ungleichungen und Zielfunktion, das genau diese Aufgabe beschreibt!  
Hinweis: Vergessen Sie keine noch so triviale Ungleichung, welche die von Ihnen eingeführten Variablen erfüllen müssen! (3 BE)

- b) Lösen Sie das Problem graphisch, indem Sie die zulässige Lösungsmenge skizzieren (mit genauer Angabe der Grenzgleichungen) und die optimale Lage der Zielfunktion einzeichnen. (4 BE)



- c) Bestimmen Sie dann die optimalen Werte durch genaue Berechnung des optimalen Punktes, den Sie graphisch in b) bestimmt haben. (1 BE)

## Aufgabe 2:

(3 BE)

Mit Hilfe des Simplexverfahrens wurde für ein lineares Ungleichungssystem mit 4 Variablen und einer Zielfunktion die optimale Lösung  $x_1=2$ ,  $x_2=3$ ,  $x_3=3$  und  $x_4=2$  bestimmt. Die Lösung  $x_1=4$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=1$  und  $x_4=2$  ist ebenfalls optimal.

Bestimmen Sie rechnerisch (nicht graphisch!) eine weitere optimale Lösung für  $x_2=2$  und begründen Sie Ihr Vorgehen.

**Aufgabe 3:**

(7 BE)

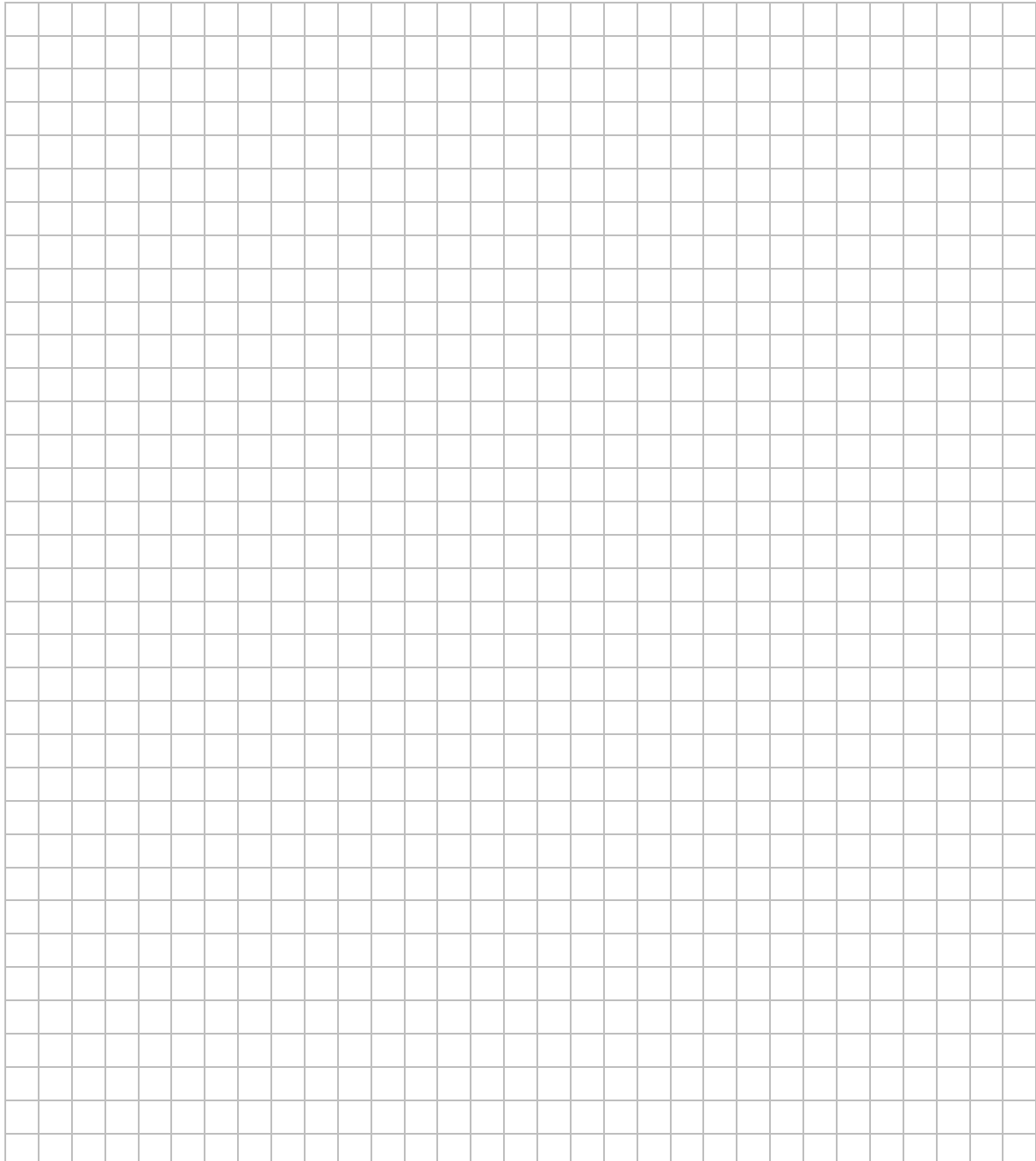
Stellen Sie ein Simplex-Lösungstableau für das folgende Optimierungsproblem auf und bestimmen Sie eine erste zulässige (nicht optimale!) Lösung. Geben Sie für diese Lösung die Werte aller Variablen, auch der zusätzlichen Variablen, die Sie für das Lösungstableau brauchen, sowie den Wert der Zielfunktion an:

$$2x_1 - x_2 \leq -1$$

$$3x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$z = 4x_1 + x_2 \rightarrow \min!$$



**Aufgabe 4:**

(2 BE)

Wenn das Simplexverfahren zu einer gegebenen Aufgabenstellung das folgende Tableau erhält, welche Aussage können Sie über die optimale Lösung treffen? Begründen Sie Ihre Antwort!

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RS
	1	1	1	3	3	0	3
	0	0	2	0	1	1	2
-z	0	0	2	2	-5	0	-1
-z <sub>2</sub>	-1	0	-1	-1	-2	0	1

**Aufgabe 5:**

(7 BE)

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 50$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 70$$

$$x_1 + 8x_2 \leq 400$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$z = 7x_1 - 11x_2 + 3x_3 \rightarrow \min!$$

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt, wobei  $x_4$  die Schlupfvariablen für die erste,  $x_5$  für die zweite und  $x_6$  für die dritte Ungleichung sind :

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RS
	1/8	1	0	0	0	1/8	50
	23/8	0	0	1	-1	-1/8	70
	17/8	0	1	0	-1	1/8	120
-z	-2	0	0	0	-3	-1	-190

a) Geben Sie die optimale Lösung für die Variablen  $x_1, x_2, x_3$  an!

(1 BE)

b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich sich die rechte Seite der zweiten Ungleichung (im Moment 70) befinden darf, ohne dass die bisher optimale Lösung ihre Zulässigkeit verliert. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen!

(6 BE)

**Aufgabe 6:**

(8 BE)

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 50 \quad \text{oder} \quad 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 70$$

$$x_1 + 9x_2 \leq 300$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Wandeln Sie diese in ein äquivalentes lineares Ungleichungssystem um, welches mit einem Standard-Simplexverfahren gelöst werden kann. Formen Sie das neue System so um, dass es direkt in ein Simplex-Tableau überführt werden kann. Das Tableau selbst mit den erforderlichen Schlupf- und künstlichen Variablen müssen Sie nicht zeigen.

**Aufgabe 7:**

(5 BE)

In einem Transportproblem gibt es folgende Ressourcen und Verbraucher mit entsprechenden Vorräten und Bedarfen und Transportkosten:

	Vorräte	$v_1$	$v_2$	$v_3$
Bedarfe:		200	300	150
$u_1$	400	5 <i>200</i>	7 <i>50</i>	6 <i>150</i>
$u_2$	250	2	10 <i>250</i>	4

Ziel ist es, einen Belieferungsplan zu erstellen, der die Transportkosten minimiert. Hierfür wurde eine Basislösung erstellt, welche aus den markierten Feldern besteht. Die Menge der tatsächlich transportierten Einheiten ist kursiv dargestellt.

Für die Klausuraufgabe soll Folgendes erledigt werden:

Bestimmen Sie mit Hilfe der MODI-Methode die Bewertungszahlen für alle Nichtbasisvariablen (durch Eintrag in die Tabelle, Nebenrechnungen hier).