Klausuraufgaben Operations Research SS 2015

Iwanowski 14.08.2015

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Handout, Taschenrechner, Geodreieck (nicht unbedingt nötig)

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der davorliegenden Rückseite weiterschreiben). Bei Bedarf benutzen Sie die gegenüberliegende Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE, wenn Sie diese Klausur als eigenständige Prüfungsleistung schreiben.

In einigen Studiengängen wird das prozentuale Ergebnis dieser Klausur mit dem der Klausur in Lineare Algebra proportional zur Schreibdauer bzw. den ECTS-Punkten zusammengerechnet (B_Ecom1.0: 3:2, B_Inf11.0: 1:1). Sie benötigen dann insgesamt 50%.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: 2 BE

Mit Hilfe des Simplexverfahrens wurde für ein Ungleichungssystem mit 3 Variablen und einer Zielfunktion die optimale Lösung x_1=3, x_2=4 und x_3=6 bestimmt. Die Lösung x_1=7, x_2=3 und x_3=2 ist ebenfalls optimal.

Bestimmen Sie rechnerisch (nicht graphisch!) eine weitere optimale Lösung für x_1=4 und begründen Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 2: 8 BE

Bestimmen Sie mit dem Simplexverfahren die optimale Lösung für folgendes Optimierungsproblem und geben Sie für diese Lösung die Werte aller Variablen sowie den Wert der Zielfunktion an:

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$

$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$z = 2x_2 + x_3 - x_1 \rightarrow \max!$

Hier verlangte Zwischenschritte: Geben Sie ein Lösungstableau an und führen Sie das Simplexverfahren an diesem Tableau vor!

Aufgabe 3: 7 BE

Geben Sie für folgendes Optimierungsproblem ein Tableau an, mit dem der Simplexalgorithmus eine Lösung bestimmen kann:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 7$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$$

$$-x_1 + x_2 - 4x_3 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$z = x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow$ min!

Anforderungen an die Antwort: Es reicht die Angabe des ersten Tableaus. Sie müssen für dieses keine Lösung bestimmen. Geben Sie aber für jede neu eingeführte Variable an, welche Rolle diese spielt.

Aufgabe 4: 2 BE

Wenn das Simplexverfahren zu einer gegebenen Aufgabenstellung das folgende Tableau erhält, welche Aussage können Sie über die optimale Lösung treffen? Begründen Sie Ihre Antwort!

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RS
	2	1	2	3	0	5	10
	2	0	1	0	1	2	1
-z	2	0	1	2	0	0	-2
$-z_2$	-3	0	-2	-1	0	-3	5

Aufgabe 5: 6 BE

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$x_1 + x_2 \le 100$$

$$x_2 \le 60$$

$$6\,x_1 + 9\,x_2 \le 720$$

$$x_1 + x_2 \ge 70$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

$z = 7\,x_1 + 11\,x_2 \rightarrow$ max!

Das folgende Tableau wurde vom Simplexverfahren bei der Bestimmung der optimalen Lösung ermittelt:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RS
	0	0	1	1/2	-1/6	0	10
	0	1	0	1	0	0	60
	0	0	0	-1/2	1/6	1	20
	1	0	0	-3/2	1/6	0	30
-z	0	0	0	-1/2	-7/6	0	-870

a) Geben Sie die optimale Lösung an! (1 BE)

b) Ermitteln Sie, in welchem Bereich der Koeffizient von x_1 in der Zielfunktion sein darf, ohne dass sich die optimale Lösung ändert. Begründen Sie Ihre Antwort durch entsprechende Rechnungen! (5 BE)

Aufgabe 6: 11 BE

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe:

Eine Reederei bekommt den Auftrag, Kakao aus der Elfenbeinküste nach Hamburg zu transportieren. Es sind insgesamt 70 000 t Kakao zu transportieren. Es gibt zwei Schiffe, die zur Verfügung stehen: Die Schokotosse hat eine Ladekapazität von 60 000 t und kostet pro Tonne 70 EUR. Die Leckerschwemme hat eine Ladekapazität von 70 000t und kostet pro Tonne 100 EUR. Die Reederei hat als Ziel, den Transport möglichst kostengünstig vorzunehmen und will ermitteln, mit welchen Schiffen sie welche Menge transportieren soll.

a) Modellieren Sie diese Aufgabe durch Variable mit entsprechenden Definitionsbereichen, lineare Ungleichungen und eine Zielfunktion. (5 BE)

b) Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit wird die Schokotosse nur eingesetzt, wenn sie mindestens 20 000 t transportiert, und die Leckerschwemme, wenn sie mindestens 30 000 t transportiert. Modellieren Sie diese Anforderungen durch weitere Ungleichungen und Variablen, die zu der Modellierung von a) hinzukommen. (6 BE)

Aufgabe 7: 4 BE

5 Mitarbeiter sollen die SW-Module A, B, C, D, E programmieren, und zwar so, dass jeder genau ein Modul programmiert. Im Folgenden sind die Stunden angegeben, die der jeweilige Mitarbeiter für die jeweiligen Module benötigt:

	A	B	C	D	E
Anton	10	10	7	6	8
Berta	6	8	7	8	6
Cäsar	7	3	8	9	10
Dora	10	7	7	3	7
Emilie	10	8	9	7	5

Alle Mitarbeiter fangen gleichzeitig an zu programmieren. Finden Sie eine Zuordnung, welche dafür sorgt, dass die Fertigstellung aller Module frühestmöglich beendet ist. Die Gesamtarbeitszeit muss nicht minimiert werden.

<u>Hinweis</u>: Verwenden Sie für die Zwischenschritte die unten angegebenen Tabellenvorlagen. Die Vorlagen geben mehr Zwischenschritte an, als Sie brauchen.

1)	A	B	C	D	E
Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

2)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

3)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					

4)

Anton					
Berta					
Cäsar					
Dora					
Emilie					