

Aufgaben zur Klausur in
Grundlagen der Theoretischen Informatik (WS 2010/11)
Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_MInf, B_WInf

Zeit: 90 Minuten,

erlaubte Hilfsmittel: keine außer der Definition der Fibonaccizahlen:

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{i+2} = F_{i+1} + F_i \text{ für } i \geq 0$$

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 6 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (7 BE)

- a) Bringen Sie die folgenden Formeln in konjunktive Normalform und stellen Sie diese als Menge von Mengen dar.
- b) Geben Sie jeweils an, welcher der Sachverhalte i) – iii) auf die Formel zutrifft (genau einer) und begründen Sie Ihre Antwort genau:
- i) Formel ist gültig (Tautologie)
 - ii) Formel ist erfüllbar und widerlegbar
 - iii) Formel ist widersprüchlich

1.1 $((p \vee q) \wedge \neg p) \vee \neg q$

1.2 $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$

1.3 $(p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

2. Aufgabe (10 BE)

Gegeben seien die folgenden Prädikate mit den zugehörigen Bedeutungen:

$L(x,y)$ x liebt y

$K(x,y)$ x ist ein Kind von y

$V(x,y)$ x ist mit y verheiratet

$F(x)$ x ist weiblich (= Frau) (Gegenteil: x ist männlich)

Hierbei sei der Definitionsbereich für alle Eingaben die Menge aller Menschen.

Drücken Sie folgende Sachverhalte durch eine Verknüpfung der oben stehenden Prädikate mit prädikatenlogischen Symbolen aus. Andere als die 4 angegebenen Prädikate dürfen nicht verwendet werden. Falls Sie Quantoren verwenden, dann müssen sich diese immer auf alle Menschen beziehen, d.h. ihre Definitionsbereiche dürfen nicht eingeschränkt werden.

2.1 Egon liebt die Mutter von Hans.

2.2 Nur Personen unterschiedlichen Geschlechts sind miteinander verheiratet.

2.3 Kein Kind ist mit seinen Eltern verheiratet.

2.4 Jedes Kind liebt seine Eltern.

2.5 Jeder Mann, der auch andere liebt als sich selbst, wird von einer Frau geliebt.

3. Aufgabe (8 BE)

- a) Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese! Geben Sie **alle** Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an! (6 BE)
- b) Geben Sie eine Belegung für x und y an, welche die gegebene Nachbedingung erfüllt und die then-Anweisung durchläuft und geben Sie eine Belegung an, welche die gegebene Nachbedingung erfüllt und die else-Anweisung durchläuft! (2 BE)

```
if y = x
```

```
  then
```

```
    y := x / y
```

```
    x := x * y
```

```
  else
```

```
    x := x * y
```

```
    y := x / y;
```

```
{y = x}
```

4. Aufgabe (7 BE)

Gegeben sei der folgende Programmausschnitt:

```
{n ∈ N}
1 i := 0; s := 0; k := 1;
2 while (i ≤ n) do
3 begin
4   i := i + 1;
5   k := k + s;
6   s := k - s
7 end
```

- a) Formulieren Sie Bedingungen für die Variablen k und s , die nach dem i -ten Schleifendurchlauf erfüllt sind. Beweisen Sie diese Bedingungen mit vollständiger Induktion über i . (5 BE)

- b) Schließen Sie aus a), welche Werte am Ende für i , k und s berechnet wurde: Begründen Sie Ihre Antwort. (2 BE)

5. Aufgabe (8 BE)

Gegeben sei die folgende Funktion:

```
1 procedure f (n, m: integer): integer
2 begin
3   if (n > m)
4     then return n * m + n
5     else return f (n, m - 1)
6 end {f}
```

a) Von welchem Typ ist die Rekursion? Geben Sie eine Begründung an! (2 BE)

b) Was berechnet diese Funktion in Abhängigkeit von n und m ? Unterscheiden Sie dafür 2 Fälle. Beweisen Sie Ihre Behauptung für den Fall, wo das nicht direkt aus dem Programm ersichtlich ist durch vollständige Induktion!

Hinweis: Geben Sie die Größe an (es ist nur eine!), nach der Sie die Induktion führen! (4 BE)

c) Wandeln Sie die Implementierung in eine äquivalente nichtrekursive um!
Anmerkung: Hier ist nicht nur nach einer Implementierung gefragt, die dasselbe ausgibt, sondern die denselben Algorithmus realisiert. (2 BE)