
Aufgaben zur Klausur in
Grundlagen der Theoretischen Informatik (SS 2010)
Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_MInf, B_WInf

Zeit: 90 Minuten,

erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 6 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 56 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 28 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (10 BE)

- a) Bringen Sie die folgenden Formeln in konjunktive Normalform! Vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich! Geben Sie für Ihre Vereinfachung an, wie viele Klauseln die Formel enthält!
- b) Geben Sie jeweils an, welcher der Sachverhalte i) – iii) auf die Formel zutrifft (genau einer) und begründen Sie Ihre Antwort genau:
- i) Formel ist gültig (Tautologie)
 - ii) Formel ist erfüllbar, aber keine Tautologie
 - iii) Formel ist widersprüchlich

1.1 $\neg(p \rightarrow \neg p)$ (2 BE)

1.2 $(p \vee \neg q) \vee (z \vee \neg p) \wedge (p \rightarrow \neg p)$ (3 BE)

1.3 $(p \wedge \neg q) \vee (q \vee \neg p)$ (2 BE)

1.4 $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \wedge p)$ (3 BE)

2. Aufgabe (12 BE)

Gegeben seien folgende 4 Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen.

$V(x,y)$: Personen \times Personen $\rightarrow \{0,1\}$

ergibt 1, wenn Person x mit Person y verheiratet ist, sonst 0

$K(x)$: Personen $\rightarrow \mathbb{N}$

ergibt die Kinderzahl der Person x

$P(x,y)$: Personen \times Personen \rightarrow Personen

ergibt den Pfarrer, der x mit y getraut hat,

bzw. den Bundespräsidenten (BP), falls x nicht mit y kirchlich verheiratet ist.

$W(x)$: Personen $\rightarrow \{0,1\}$ ergibt 1, falls Person x weiblich ist, und 0, falls männlich

- a) Welche der oben genannten Funktionen sind Prädikate? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 BE)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen sowie die Namen Anton, Berta, Claudia, Dieter und Emil.

- b) Dieter ist der Pfarrer, der Claudia und Emil getraut hat. (2 BE)

- c) Anton und Berta sind verheiratet, aber nicht kirchlich. (2 BE)

- d) Für alle Paare gilt: Miteinander verheiratet zu sein ist eine symmetrische Relation (Außerdem: Schreiben Sie erst einmal als deutschen Satz für Nichtinformatiker auf, was das bedeutet) (3 BE)

- e) Dieter ist nicht verheiratet, aber wenn er mal heiraten sollte, dann nur eine Frau (keinen Mann), die bereits mindestens 4 Kinder hat. (4 BE)
(Antwort gegebenenfalls auf Rückseite geben)

3. Aufgabe (10 BE)

- a) Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung! Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an! (8 BE)
- b) Geben Sie eine Belegung für x und y an, welche die gegebene Nachbedingung erfüllt und die then-Anweisung durchläuft und geben Sie eine Belegung an, welche die gegebene Nachbedingung erfüllt und die else-Anweisung durchläuft! (2 BE)

```
if  $y > x$ 
```

```
  then
```

```
     $y := x - y;$ 
```

```
     $x := y - x;$ 
```

```
  else
```

```
     $y := y - x;$ 
```

```
     $x := x - y;$ 
```

```
{ $y > x$ }
```

4. Aufgabe (12 BE)

Gegeben sei der folgende Programmausschnitt:

```
1 {n > 0 vom Typ integer}
2 k := 0; s := 1;
3 while (k < n) do
4 begin
5     k := s - 1;
6     s := s + 1;
7 end
```

- a) Formulieren Sie Bedingungen für k und s , die nach dem i -ten Schleifendurchlauf erfüllt sind. (3 BE)
- b) Beweisen Sie die Bedingungen aus a) mit vollständiger Induktion über i . (5 BE)
- c) Geben Sie Nachbedingungen für k und s an. (2 BE)
- d) Begründen Sie die Aussage von c): Hierfür dürfen Sie alles bisher gezeigte verwenden. (2 BE)

5. Aufgabe (12 BE)

Gegeben sei die folgende Funktion:

```
1  {m > 0}
2  procedure f (n, m: integer): integer
3  begin
4      if (n MOD m = 0)
5          then return m
6          else return 1 + f (n, m - 1)
7  end {f}
```

a) Von welchem Typ ist die Rekursion? Geben Sie die schärfstmögliche Charakterisierung an und begründen Sie diese! Begründen Sie gegebenenfalls, warum keine schärfere geht! (3 BE)

b) Berechnen Sie die Werte $f(10, 7)$ und $f(8, 3)$! Geben Sie auch die Zwischenwerte an! (2 BE)

c) Was berechnet diese Funktion im Allgemeinen? Beweisen Sie Ihre Behauptung durch vollständige Induktion! (7 BE)

Hinweis: Führen Sie die Induktion nach einem geeigneten Parameter und achten Sie auch auf den richtigen Wert für die Verankerung!