

Aufgaben zur Klausur in
Grundlagen der Theoretischen Informatik (SS 2008)
Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_MInf, B_WInf

Zeit: 90 Minuten,
erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 8 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 50 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 25 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (7 BE)

Bringen Sie die folgenden Formeln in konjunktive Normalform!

Vereinfachen Sie die Formeln so weit wie möglich!

Geben Sie jeweils an, aus wie vielen Klauseln Ihr Ergebnis besteht!

a) $r \rightarrow (p \vee q)$ (1,5 BE)

b) $r \rightarrow (p \wedge q)$ (2,5 BE)

c) $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$ (3 BE)

2. Aufgabe (11 BE)

Gegeben seien folgende 5 Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen.

- L (x,y): Personen x Personen \rightarrow {0,1}
ergibt 1, wenn Person x die Person y liebt, sonst 0
- E (x): Personen \rightarrow \mathbb{N} ergibt das Jahreseinkommen der Person x in Euro
- A (x): Personen \rightarrow \mathbb{N} ergibt das Alter der Person x in Jahren
- W (x): Personen \rightarrow {0,1} ergibt 1, falls Person x weiblich ist, und 0, falls männlich
- K (x,y): Personen x Personen \rightarrow Personen
ergibt die Menge der gemeinsamen Kinder von x und y

- a) Welche der oben genannten Funktionen sind Prädikate? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 BE)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen sowie die Namen Susi, Bernd, Erich, Oskar und Marilyn.

- b) Susi liebt Bernd. (1 BE)
- c) Bernd liebt eine Frau (es wird nicht ausgeschlossen, dass er mehrere liebt). (2 BE)
- d) Erich liebt nur Frauen. (2 BE)
- e) Oskar liebt alle Frauen. (2 BE)
- f) Marilyn liebt nur Männer, die unter 30 sind oder ein Jahreseinkommen über 100 000 Euro haben. (über die Frauen, die Marilyn liebt, wird keine Aussage gemacht) (3 BE)

3. Aufgabe (5 BE)

Gegeben sei eine Formelmenge für die Prädikate s, b, r, n und die Personen Mike, Tom und John:

Prädikate:

- $s(x)$: Person x ist Skifahrer
- $b(x)$: Person x ist Bergsteiger
- $n(x)$: Person x mag Schnee
- $r(x)$: Person x mag Regen

Formelmenge (alle Formeln sollen gültig sein):

$$\{s(x) \vee b(x), \quad b(x) \rightarrow \neg r(x), \quad s(x) \rightarrow n(x), \quad n(\text{Mike}) \leftrightarrow \neg n(\text{Tom}), \\ r(\text{Mike}) \leftrightarrow \neg r(\text{Tom}), \quad n(\text{Mike}) \wedge n(\text{John}), \quad r(\text{Mike}) \rightarrow r(\text{John})\}$$

a) Finden Sie heraus, welche Person Bergsteiger ist und nicht Skifahrer! (1 BE)

b) Beweisen Sie Ihr Ergebnis von a) mit dem Resolutionsprinzip! (4 BE)

4. Aufgabe (7 BE)

Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung! Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

```
if (x = 0) V (y = 0)
```

```
  then
```

```
    begin
```

```
      x := x + y;
```

```
      y := x + y;
```

```
    end
```

```
  else
```

```
    y := x / y;
```

```
{y = x}
```

5. Aufgabe (7 BE)

Gegeben sei folgendes Programm:

```
{n: integer}
i := 1; s := 0;

while i ≤ n do
begin
  i := i * n;
  s := i * s;
end {while}
```

- a) Was berechnet dieses Programm? Geben Sie die Endwerte für i und s an! Machen Sie eine Aussage für jeden zulässigen Wert von n und ermitteln Sie eventuell unzulässige Werte für n . (4 BE)

- b) Beweisen Sie a) für die zulässigen Werte von n (3 BE)

6. Aufgabe (9 BE)

Gegeben sei die folgende Funktion:

```
function f(x, y: N) : N;  
  begin  
    if (y=0) then  
      return x  
    else  
      return f(x+1, y-1);  
    end
```

a) Von welchem Typ ist die Rekursion? Geben Sie die genaueste Charakterisierung und eine Begründung dafür an! (2 BE)

b) Beweisen Sie, dass $f(x,y) = x + y$ (4 BE)
Hinweis: Führen Sie eine vollständige Induktion nach einem der Parameter!

c) Wandeln Sie die Implementierung in eine äquivalente nichtrekursive um!
Anmerkung: Hier ist nicht nur nach einer Implementierung gefragt, die dasselbe ausgibt, sondern die denselben Algorithmus realisiert. (3 BE)

