

Aufgaben zur Klausur in
Grundlagen der Theoretischen Informatik (SS 2007)
Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_MInf, B_WInf

Zeit: 90 Minuten,
erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 7 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (6 BE)

Gegeben Sei die Formel $(r \vee p) \rightarrow (q \vee z)$

- a) Bringen Sie die Formel in eine äquivalente Darstellung, sodass ein Algorithmus für die Untersuchung der Erfüllbarkeit von Formeln in KNF, deren Klauseln genau 3 Literale haben (3SAT-Problem), diese als Eingabe akzeptieren kann. (3 BE)
- b) Das 3SAT-Problem ist NP-vollständig. Was können Sie über die Laufzeit des Algorithmus vermuten? (1 BE)
- c) Würde Prolog die Formel oder die von Ihnen in a) vorgenommene Umformung auf Widerspruchsfreiheit prüfen können? Begründen Sie Ihre Antwort!
(2 BE, 1 BE bei falscher Begründung, keine bei gar keiner Begründung)

2. Aufgabe (8 BE)

Gegeben seien die folgenden Prädikate mit den zugehörigen Bedeutungen:

$V(x,y)$ x ist mit y verheiratet (es gelte außerdem: $V(x,y) \leftrightarrow V(y,x)$)

$K(x,y)$ x ist ein Kind von y (bzw.: y ist Elternteil von x)

$M(x)$ x ist männlich (Gegenteil: x ist weiblich)

$L(x)$ x lebt

Beschreiben Sie die folgenden Prädikate mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, der ausschließlich die Prädikate V, K, M oder L verwendet:

a) $W(x)$ x ist ein Waisenkind (kein Elternteil lebt mehr) (2 BE)

b) $B(x,y)$ x ist ein Bruder von y (3 BE)

c) $Stm(x,y)$ x ist Stiefmutter von y (d.h. nicht Mutter von y, aber mit dem Vater von y verheiratet) (3 BE)

3. Aufgabe (4 BE)

Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung! Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

```
if (x ≠ y)
```

```
  then
```

```
    y := x
```

```
  else
```

```
    y := x + y;
```

```
{y = x}
```

4. Aufgabe (6 BE)

Betrachten Sie folgendes Programm:

```
{ n, f, k ∈ N }  
w := 1;  
k := 1;  
while(k < n) do  
  begin  
    k := k + 1;  
    w := w • f;  
  end
```

- a) Formulieren Sie Bedingungen für k und w , die für jeden Schleifendurchlauf gültig sind. Beweisen Sie das durch vollständige Induktion. (4 BE)

- b) Zeigen Sie, dass dann die Schleife irgendwann terminiert (wann genau?). Formulieren und beweisen Sie (direkt, ohne Induktion), was diese dann berechnet hat. (2 BE)

5. Aufgabe (11 BE)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
function f(x, y, z: N): N;  
begin  
  if (y=0) then return x*z  
            else return f(x+z, y-1, z);  
end;
```

- a) Von welchem Typ ist die Rekursion? Wenn mehrere Antworten möglich sind, dann geben Sie nur den speziellsten Typ an! Begründen Sie Ihre Antwort!
(2 BE, 1 BE bei falscher Begründung, keine bei gar keiner Begründung)
- b) Nennen Sie außer der Forderung, dass die Eingabeparameter natürliche Zahlen sein müssen, eine weitere Vorbedingung, die erfüllt sein muss, damit f überhaupt einen Wert berechnet! Geben Sie an, wie sich die Implementierung verhält, wenn diese Vorbedingung nicht erfüllt ist! (2 BE)
- c) Beweisen Sie durch vollständige Induktion über einen der Parameter, dass die Funktion $xz+yz^2$ berechnet! (4 BE)
- d) Wandeln Sie die Implementierung in eine äquivalente nichtrekursive um!
Anmerkung: Hier ist nicht nur nach einer Implementierung gefragt, die dasselbe ausgibt, sondern die denselben Algorithmus realisiert. (3 BE)

