Fachhochschule Wedel
Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

26.01.2012

DM kurz

Aufgaben zur Klausur in

***Diskrete Mathematik ohne Logik/Verifikation* (WS 2011/2012)**

Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_Minf, B_WInf

Zeit: 105 Minuten,

erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (es geht aber auch ohne)

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 5 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 49 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 24,5 BE.

Die BE sind ungefähr proportional zur Zeit, die Sie zur Beantwortung der Aufgaben veranschlagen sollten. Abweichungen gibt es in den Aufgaben 1 und 2 (wurden etwas wichtiger bewertet, sollte also nicht ganz so viel Zeit beanspruchen) sowie sonst in Abhängigkeit von Ihren Vorkenntnissen.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (9 BE)

a) Geben Sie die folgenden Mengen in Elementschreibweise an. Bei unendlichen Mengen geben Sie mindestens die ersten 4 Zahlen an und vervollständigen Sie mit Pünktchen (Bsp.: {0,1,2,3,…}). (3 BE)

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N}: 10 \cdot y = x\} =$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N}: 10 \cdot x = y\} =$

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N}: x \cdot y = 10\} =$

b) Berechnen Sie folgende Mengen und stellen Sie das Ergebnis dar wie in a) (5 BE)

$A \cup B =$

$A \cap C =$

$B \cap C =$

$(B \cap C) \setminus (A \cup B) =$

$(B \cap C) \setminus (A \cap C) =$

c) Geben Sie ein beliebiges Element der Potenzmenge von $(B \cap C) \setminus (A \cap C)$ an. (1 BE)

2. Aufgabe (10 BE)

Betrachten Sie die Relation R = „ist Teilmenge von“ auf {A, B, C, D}, wobei

$A = \{10, 20, 30\}$ $B = \{10\}$ $C = \mathbb{N}$ $D = \{\varnothing, 10, 20\}$

a) Ist R eine totale oder nichttotale Ordnungs- oder eine Äquivalenzrelation? Begründen Sie alle Antworten, indem Sie die geforderten Eigenschaften überprüfen! (7 BE)

b) Je nach Ausgang der Antwort in a) (nur eines von beiden ist möglich): (3 BE)

i) Erstellen Sie ein Hassediagramm und kennzeichnen Sie die maximalen und minimalen Elemente.

ii) Charakterisieren Sie die Äquivalenzklassen in Worten.

3. Aufgabe (4 BE)

Bestimmen Sie den ggT und das kgV von 9282 und 22321 mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus! Geben Sie die Zwischenschritte an!

4. Aufgabe (7 BE)

a) Zeigen Sie, dass ($\mathbb{Z}_{12}$,+) eine Gruppe ist, indem Sie zu jedem Element sein Inverses angeben. (2 BE)

b) Zeigen Sie, dass ($\mathbb{Z}_{12}$,*) keine Gruppe ist, indem Sie alle Elemente angeben, die kein Inverses haben. (2 BE)

c) Kann man aus $\mathbb{Z}_{12}$ mit irgendwelchen anderen Operationen $\oplus$ und $\otimes$ einen Körper machen? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 BE)

d) Geben Sie eine Teilmenge T von $\mathbb{Z}_{12}$ explizit in Elementdarstellung an, die mit der normalen Restklassenoperation * eine Gruppe ist. (2 BE)

5. Aufgabe (5 BE)

a) Geben Sie alle Elemente von GF(16) in Polynomschreibweise an. (2 BE)

b) Multiplizieren Sie in GF (16) die Elemente x^2+1 und x^2+x+1. Benutzen Sie dafür das irreduzibles Polynom $x^4 + x + 1$. (3 BE)

6. Aufgabe (5 BE)

a) Ist die Permutation (1 3) (5 4 2) gerade oder ungerade? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 BE)

b) Bestimmen Sie die Ordnung der Permutation (1 3) (5 4 2) (mit Zwischenrechnungen) (3 BE)

7. Aufgabe (9 BE)

Gegeben sei der unten angegebene Graph.

a) Geben Sie die Reihenfolge der Knoten an, die der Algorithmus von Dijkstra bei der Berechnung des kürzesten Weges von G nach E als endgültig untersuchte Knoten in die Menge `Berechnet` schiebt! Geben Sie außerdem für jeden dieser Knoten (inklusive G und E) an, welche minimale Zahl der Algorithmus als Grundlage für seine Entscheidung ausgerechnet hat, wenn der Knoten in `Berechnet` geschoben wird. (3 BE)

b) Geben Sie das Gerüst an, welches der Algorithmus von Kruskal berechnet (markieren Sie die Kanten im unten angegebenen Graphen) (2 BE)

c) Geben Sie die Ecken-Färbungszahl des Graphen an und begründen Sie Ihre Antwort (2 Begründungen: Warum ist die Zahl nicht größer und warum nicht kleiner). (2 BE)

d) Fügen Sie im unten angegebenen Graphen zusätzliche Kanten zwischen die vorhandenen Ecken hinzu, sodass der Graph nicht mehr planar ist. Die Menge der zusätzlichen Kanten soll minimal sein, d.h. bei Hinzufügung echten Teilmenge der zusätzlichen Kanten ist der Graph noch planar. (2 BE)