Fachhochschule Wedel 19.08.2011

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Aufgaben zur Klausur in *Diskrete Mathematik* (SS 2011)

Zeit: 90 Minuten

erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen auf gesonderten karierten Blättern ein (Vorder- und Rückseite benutzen). Markieren Sie klar, welche Lösung zu welcher Aufgabe gehört und als solche gewertet werden soll. Nicht zu wertende Passagen sind durchzustreichen.

Dieses Aufgabenblatt ist nicht abzugeben. **Daher werden Lösungen darauf nicht gewertet.**

Vergessen Sie nicht, das Deckblatt Ihrer Lösungen zu unterschreiben.

Für die Prüfung werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (4 BE):

Gegeben seien die Mengen A = { 1, 2 } und B = { (1,2) }

Geben Sie die folgenden Mengen in Elementdarstellung an:

$A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, Potenzmenge (A), Potenzmenge (B)

2. Aufgabe (9 BE)

Gegeben sei die Menge M = {1, 2, 5, 10} und die Relation $R = \{(x,y) \in M \times M \mid x \text{ ist Teiler von } y\}$

a) Geben Sie alle Elemente der Relation R an. (2 BE)

b) Untersuchen Sie, ob R eine Äquivalenzrelation, eine partielle oder eine totale Ordnungsrelation ist und begründen Sie jeweils Ihre Antwort (also 3 Begründungen)! (3 BE)

c) Geben Sie je nach Ergebnis von b) die Äquivalenzklassen oder das Hasse-Diagramm an! (2 BE)

d) Begründen Sie, warum R keine Funktion auf M ist und geben Sie eine Teilmenge von R an, die eine Funktion auf M ist! (2 BE)

3. Aufgabe (5 BE)

Definieren Sie für die Menge aller Teiler von 10 eine Boolesche Algebra:

a) Geben Sie die Menge explizit an! (1 BE)

b) Definieren Sie die benötigten Rechenoperationen ~, $\oplus$ und $\odot$! (Bildungsgesetz reicht aus: Es muss nicht für jedes Element jedes Ergebnis angegeben werden) (1 BE)

c) Geben Sie das Nullelement und das Einselement an! (1 BE)

d) Demonstrieren Sie eine der deMorganschen Regeln an den Elementen 5 und 10 ! (2 BE)

4. Aufgabe (6 BE)

Gegeben seien die Gruppen ($\mathbb{Z}_4$, +), ($\mathbb{Z}_6$, +), ($\mathbb{Z}_{10}^*$, *) und ($\mathbb{Z}_2$x$\mathbb{Z}_2$, +)

a) Geben Sie die dadurch definierten Mengen jeweils in Elementschreibweise an! Schreiben Sie an jedes Element auch seine Ordnungszahl (die Verknüpfungstabelle muss nicht angegeben werden) (4 BE)

b) Welche dieser Gruppen sind isomorph? (es sind genau 2) Geben Sie den Isomorphismus an! (Der Nachweis, dass es sich um einen Isomorphismus handelt, ist nicht verlangt) (2 BE)

5. Aufgabe (3 BE)

a) Geben Sie ein irreduzibles Polynom für die Multiplikation in GF (8) an und weisen Sie die Irreduzibilität nach! (1 BE)

b) Berechnen Sie $(x^2+x)\bullet(x^2+1)$ in GF (8) mit Hilfe des Polynoms von a)! (2 BE)

6. Aufgabe (4 BE)

Gegeben sei die Permutation (2 5 1 3) (4 6 8 9) (11 10 7) in Zyklendarstellung:

a) Geben Sie diese Permutation als Permutationstabelle an! (1 BE)

b) Ist die Permutation gerade oder ungerade? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 BE)

c) Wie viele gerade und wie viele ungerade Permutationen gibt es aus 11 Elementen? (Zahlenterm reicht, muss nicht ausgerechnet werden) (1 BE)

d) Geben Sie eine andere Darstellung für dieselbe Permutation an, indem Sie noch weitere Zyklen einfügen! (1 BE)

7. Aufgabe (9 BE)

Gegeben sei der untenstehende bewertete Graph.

a) Gesucht sei der kürzeste Weg von A nach F mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra: Geben Sie den Baum an, der aus den Ecken besteht, zu denen der Algorithmus den kürzesten Weg ebenfalls ausgerechnet hat, wenn er den Weg nach F ausgerechnet hat. Geben Sie für diese Ecken die errechnete Weglänge von A an! (3 BE)

b) Geben Sie einen minimal spannenden Baum an! (1 BE)

c) Gibt es einen Euler- oder Hamiltonkreis? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort! (2 BE)

d) Geben Sie die (Ecken-)Färbungszahl des Graphen an und begründen Sie Ihre Antwort genau! (1 BE)

e) Ist der Graph planar? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 BE)