Fachhochschule Wedel 17.08.2009

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Aufgaben zur Klausur und Übergangsprüfung in *Diskrete Mathematik* (SS 2009)

Zeit: 90 Minuten

erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen auf gesonderten karierten Blättern ein (Vorder- und Rückseite benutzen). Markieren Sie klar, welche Lösung zu welcher Aufgabe gehört und als solche gewertet werden soll. Nicht zu wertende Passagen sind durchzustreichen.

Dieses Aufgabenblatt ist nicht abzugeben. **Daher werden Lösungen darauf nicht gewertet.**

Vergessen Sie nicht, das Deckblatt Ihrer Lösungen zu unterschreiben.

Für die Prüfung werden insgesamt 40 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE. Viel Erfolg !

1. Aufgabe (6 BE):

Gegeben seien die Mengen A = { 1, 2, 3 }, B = { (1,2), 3 }, C = { {1,2}, 3 }, D = { {1,2}, {1,2,3}, 3 }

a) Geben Sie an, welche dieser Mengen gleich viele Elemente haben! (1 BE)

b) Geben Sie an, welche Menge Element und welche Menge Teilmenge von einer anderen ist! (1 BE)

c) Geben Sie folgende Mengen explizit an: $A \cap B$, $A \cup B$, $C \setminus D$, Potenzmenge(B) (4 BE)

2. Aufgabe (6 BE)

Betrachten Sie als Grundmenge M die Menge aller Studierenden der FH Wedel. Stellen Sie für die folgenden Relationen fest, ob es sich um eine Äquivalenzrelation, eine partielle Ordnungsrelation oder eine Funktion handelt. Äußern Sie sich in beiden Aufgaben **zu jedem der 3 Relationstypen** und begründen Sie Ihre Antwort (Stichworte reichen, es darf dieselbe Begründung für mehrere Sachverhalte benutzt werden)!

a) R1 = {(x,y) ∈ MxM: x und y studieren denselben Studiengang.} (3 BE)

b) R2 = {(x,y) ∈ MxM: x und y hören mindestens eine Vorlesung gemeinsam.} (3 BE)

3. Aufgabe (4 BE)

Gegeben sei die Boolesche Algebra $\mathscr{B}$ = {m ∈ $\mathbb{N}$: m teilt 15} mit den Operationen i), ii), iii):

i) $\sim p = 15 / p$ ii) $p \oplus q = \text{ggT}(p,q)$ iii) $p \odot q = \text{kgV}(p,q)$

a) Geben Sie alle Elemente explizit an und benennen Sie das Nullelement und das Einselement! (2 BE)

b) Führen Sie die Gültigkeit eines der deMorganschen Gesetze für die Elemente 3 und 15 vor: Geben Sie die Zwischenergebnisse an! (2 BE)

4. Aufgabe (4 BE)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion über n: $\sum_{k=0}^{n} 5^k = \frac{5^{n+1}-1}{4}$

5. Aufgabe (3 BE)

Bestimmen Sie den ggT und das kgV von 2726 und 3478 mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus! Geben Sie alle Zwischenschritte an!

6. Aufgabe (7 BE)

Gegeben seien die Gruppen $(\mathbb{Z}_8, +)$, $(\mathbb{Z}_8^*, *)$, $(\mathbb{Z}_4, +)$ und $(\mathbb{Z}_2^3, +)$.

a) Geben Sie die dadurch definierten Mengen jeweils in Elementschreibweise an! (4 BE)

b) Begründen Sie, warum keine zwei dieser Gruppen isomorph sind! (3 BE)

7. Aufgabe (4 BE)

a) Zeigen Sie, dass $x^3 + 2x + 1$ ein irreduzibles Polynom für die Multiplikationstabelle von GF (27) ist! (2 BE)

b) Betrachten Sie die Polynome $x + 2$ und $x + 1$ als Elemente von GF(27): Berechnen Sie das Produkt dieser Polynome! Benutzen Sie, falls erforderlich, das in a) angegebene irreduzible Polynom! (2 BE)

8. Aufgabe (6 BE)

a) Zeichnen Sie einen minimalen spannenden Baum für den unten angegebenen Graphen! (2 BE)

b) Wenn Sie den kürzesten Weg von H nach D mit dem Algorithmus von Dijkstra berechnen, zu welchen anderen Zielen wird ebenfalls der kürzeste Weg berechnet und zu welchen nicht? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 BE)

c) Hat der Graph einen Eulerkreis oder Eulerweg? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort! (2 BE)