

Klausur Berechenbarkeit und Verifikation WS 2019/2020

Klausurteil Berechenbarkeit und Komplexität

Iwanowski 18.02.2020

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte notieren Sie Ihre Antworten ausschließlich auf dem Aufgabenblatt. Bei Bedarf benutzen Sie die Rückseite. Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Insgesamt gibt es für diesen Klausurteil 30 Bewertungseinheiten (BE) zu erzielen. Dieser Klausurteil geht zu 50% in die Modulnote ein. Sie müssen insgesamt 50% von beiden Klausuren dieses Moduls erzielen, um zu bestehen. Die einzelnen Teilklausuren müssen nicht separat bestanden werden.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Thema: Probleme und Sprachen

8 BE

- a) Definieren Sie die Begriffe Problem und Sprache im Allgemeinen. (2 BE)
- b) Geben Sie einen Zusammenhang zwischen einer beliebigen Sprache und einem dazugehörigen Problem an. (1 BE)
- c) Definieren Sie die Begriffe *rekursiv* und *rekursiv aufzählbar* für Sprachen. (2 BE)
- d) Geben Sie ein Beispiel für eine rekursive Sprache an, eines für eine rekursiv aufzählbare aber nicht rekursive und eines für eine nicht rekursiv aufzählbare Sprache. (3 BE)

Betrachten Sie die Turingmaschine M_0 für folgendes Problem:

Das Eingabealphabet bestehe aus den Zeichen 0, 1. Das Bandalphabet enthält zusätzlich noch das Leerzeichen.

M_0 soll genau die Eingabewörter akzeptieren, die nur aus Nullen oder nur aus Einsen bestehen. Sobald ein Blank kommt, wird die Eingabe als beendet angesehen, d.h. es muss nicht untersucht werden, ob dahinter noch etwas anderes kommt.

- a) Geben Sie eine mögliche Übergangstabelle für M_0 an. Definieren Sie dafür eine geeignete Menge von Zuständen. Verwenden Sie eine genormte Darstellung für diese Zustände, aus welcher man eine Gödelnummer machen kann. (3 BE)
- b) Ist die Sprache $L(M_0)$ berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 BE)
- c) Ist die Menge $S = \{\langle M \rangle \mid L(M) = L(M_0)\}$ berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 BE)
- d) Erläutern Sie in Worten den Unterschied zwischen den Problemstellungen in b) und c). (1 BE)

Betrachten Sie den Satz von Rice:

- a) Geben Sie ein Beispiel für eine Eigenschaft S an, die aus genau 3 Elementen besteht. Das zugrundeliegende Alphabet soll nur aus 0 und 1 bestehen. (1 BE)
- b) Was ist eine triviale Eigenschaft? (2 BE)
- c) Beschreiben Sie die Aussage des Satzes von Rice in möglichst einfachen Worten. (2 BE)
- d) Für den Beweis des Satzes von Rice wird eine Fallunterscheidung gemacht: Welche beiden Fälle werden unterschieden? (1 BE)

Betrachten Sie die Probleme Independent Set (IS) und CLIQUE für Graphen.

- a) Formulieren Sie beide Probleme. (2 BE)
- b) Wenn bereits gezeigt wurde, dass IS NP-vollständig ist und dass CLIQUE in NP liegt, was muss gezeigt werden, damit auch die NP-Vollständigkeit von CLIQUE bewiesen ist? (1 BE)
- c) Führen Sie den Beweis von b) vor. (2 BE)

Aufgabe 5: Thema: Komplementklassen

5 BE

- a) Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Fragen $P = NP?$ und $co-NP=NP?$ her und beweisen Sie diesen. (2 BE)
- b) Definieren Sie das Problem Primfaktorzerlegung als Entscheidungsproblem. (1 BE)
- c) Wenn es jemandem gelingt zu zeigen, dass Primfaktorzerlegung nicht in $co-NP$ liegt, auf welche der in a) gestellten Fragen kann man dann eine Antwort geben und wie lautet diese Antwort im positiven Falle? Begründen Sie Ihre Aussage. (2 BE)