

Klausur Berechenbarkeit und Komplexität WS 2015/2016

Iwanowski 29.01.2016

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte notieren Sie Ihre Antworten ausschließlich auf dem Aufgabenblatt. Bei Bedarf benutzen Sie die Rückseite. Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Insgesamt gibt es 26 Bewertungseinheiten (BE) zu erzielen. Zum Bestehen dieses Klausurteils benötigen Sie mindestens 13 BE.

Falls Sie diese Klausur im Rahmen eines größeren Moduls schreiben, dann werden Ihre Ergebnisse folgendermaßen zusammengerechnet:

Mit Formale Spezifikation und Verifikation: 1:1

Mit Algorithmik: 1:2

Bei einer Modulprüfung reicht insgesamt die Hälfte der BE zum Bestehen aus. Die einzelnen Teilklausuren müssen nicht separat bestanden werden.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Thema: Definition eines Problems

(4 BE)

- a) Geben Sie die mengentheoretische Definition eines allgemeinen Problems. (1 BE)
- b) Geben Sie die mengentheoretische Definition eines Entscheidungsproblems. (1 BE)
- c) Definieren Sie in Worten jeweils das Berechnungsproblem und das Entscheidungsproblem, welches das Traveling Salesman Problem beschreibt.
Anm.: Sie dürfen das auch gerne formal wie in a) und b) machen (ist aber schwieriger)
(2 BE)

Betrachten Sie die Turingmaschine M für folgendes Problem:

Das Eingabealphabet bestehe aus den Zeichen 0, 1. Das Bandalphabet enthält zusätzlich noch das Leerzeichen.

M soll genau die Eingabewörter akzeptieren, die aus einer abwechselnden Folge von 0 und 1 bestehen und auch gleich viele Nullen und Einsen enthalten, also z.B. 010101 oder 10101010.

- a) Geben Sie eine mögliche Übergangstabelle für M an. Definieren Sie dafür eine geeignete Menge von Zuständen. (4 BE)
- b) Betrachten Sie die Menge der Sprachen, welche $L(M)$ als Teilmenge enthalten. Ist diese Menge berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 BE)

Aufgabe 3: Thema: Berechenbarkeit und Nichtberechenbarkeit

(5 BE)

Betrachten Sie den Satz von Rice:

- a) Beschreiben Sie die Aussage des Satzes in möglichst einfachen Worten. (2 BE)
- b) Für den Beweis des Satzes von Rice wird eine Fallunterscheidung gemacht: Welche beiden Fälle werden unterschieden? (1 BE)
- c) Geben Sie ein Beispiel für den Fall an, dessen Beweis durch eine einfache Überlegung auf den anderen Fall zurückgeführt wird. Sie sollen nur das Beispiel angeben und müssen nicht den Beweis führen. (1 BE)

Aufgabe 4: Thema: Komplexität

(3 BE)

Betrachten Sie das Problem Primzahlzerlegung:

- a) Definieren Sie das Problem in einfachen Worten.
- b) Beschreiben Sie eine NTM, welche das Problem in polynomieller Zeit löst.
- c) Geben Sie an, was Sie mit b) für das Problem bewiesen haben.

Aufgabe 5: Thema: NP-Vollständigkeit

(5 BE)

Betrachten Sie die Probleme Independent Set (IS) und CLIQUE für Graphen.

- a) Formulieren Sie beide Probleme. (2 BE)
- b) Wenn bereits gezeigt wurde, dass IS NP-vollständig ist und dass CLIQUE in NP liegt, was muss gezeigt werden, damit auch die NP-Vollständigkeit von CLIQUE bewiesen ist? (1 BE)
- c) Führen Sie den Beweis von b) vor. (2 BE)

Aufgabe 6: Thema: Komplementklassen

(3 BE)

- a) Zu einer gegebenen Menge M von Sprachen, beschreiben Sie in Worten, aus welchen Sprachen die Menge $\text{co-}M$ besteht. (1 BE)
- b) Beweisen Sie mit Worten, warum $P = \text{co-}P$ gilt. (2 BE)