

# Klausur Algorithmik SS 2013

Iwanowski 15.08.2013

## Hinweise:

**Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

**Erlaubte Hilfsmittel:** keine

Bitte notieren Sie Ihre Antworten ausschließlich auf dem Aufgabenblatt! Bei Bedarf benutzen Sie die Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Insgesamt gibt es 40 Bewertungseinheiten (BE) zu erzielen. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE.

Falls Sie diese Klausur als Teilleistung der Modulprüfung Algorithmik und Berechenbarkeit schreiben, dann werden die prozentualen Ergebnisse dieser Klausur und der Klausur Berechenbarkeit zu gleichen Teilen zusammengezählt. Zum Bestehen benötigen Sie dann mindestens 50%.

Viel Erfolg!

- a) Sortieren Sie die Folge 7 8 3 2 4 1 6 5 in aufsteigender Reihenfolge mit Mergesort: Stellen Sie die Aufrufe der 1. und 2. Rekursionstiefe sowie deren Zwischenergebnisse dar! (3 BE)
- b) Sortieren Sie die Folge 7 8 3 2 4 1 6 5 in aufsteigender Reihenfolge mit Quicksort: Geben Sie das Pivotelement an sowie das Ergebnis nach Quicksort-Partition. Geben Sie auch hier 2 Rekursionstiefen an. Wählen Sie als Pivotelement jeweils das günstigste Element (andere Pivotelemente geben Punktabzug). Geben Sie auch in Worten das Kriterium an, nach dem Sie dieses Pivotelement ausgesucht haben(3 BE)
- c) Geben Sie das asymptotische Laufzeitverhalten von Mergesort und Quicksort im schlechtesten und im durchschnittlichen Fall an (Gleichverteilung der Daten vorausgesetzt). Nennen Sie einen Vorteil von Quicksort gegenüber Mergesort! (3 BE)

**Aufgabe 2:** Thema: Such- und Sortieralgorithmen

(7 BE)

- a) Beweisen Sie für die Rekursionsungleichung  $T(n) \leq T(3/4 n) + T(n/5) + cn$ , dass gilt:  $T(n) \in O(n)$ . Sie müssen nur den Induktionsschluss von  $<n$  auf  $n$  vorführen. (3 BE)
- b) In welchem Algorithmus ist diese Rekursionsgleichung von Relevanz? Geben Sie für jeden der 3 Summanden an, wofür er eine Abschätzung ist bzw. aus welchem Teilschritt er gewonnen wird. (4 BE)

**Aufgabe 3:** Thema: Lösungen des Wörterbuchproblems

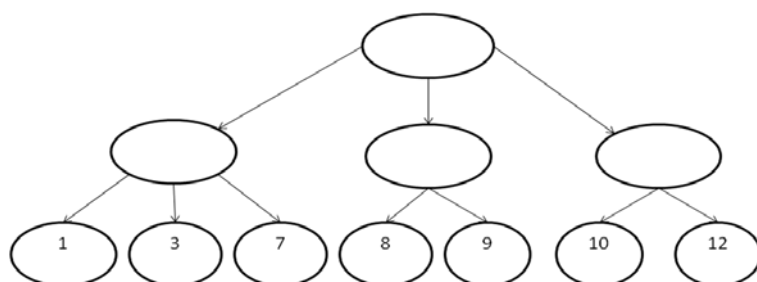
(5 BE)

- a) Geben Sie an, welche drei Operationen zum Wörterbuchproblem gehören, und wie schnell man diese asymptotisch lösen kann! (2 BE)
- b) Geben Sie an, in welchen Fällen man eher ein Hashing-Verfahren wählen sollte und in welchen Fällen eher ein Suchbaumverfahren. Begründen Sie Ihre Antwort! (3 BE)

**Aufgabe 4:** Thema: Lösungen des Wörterbuchproblems

(5 BE)

- a) Schreiben Sie in die inneren Knoten des angegebenen 2-3-Baums die Schlüssel hinein! (1 BE)



- b) Stellen Sie den 2-3-Baum dar, der entsteht, wenn Sie im angegebenen Baum das Element 6 einfügen ! Aktualisieren Sie auch die Schlüssel der inneren Knoten! (2 BE)

- c) Löschen Sie jetzt das Element 10 und stellen Sie den resultierenden 2-3-Baum dar! Aktualisieren Sie auch die Schlüssel der inneren Knoten! (2 BE)

Betrachten Sie den Algorithmus von Floyd-Warshall zur Berechnung aller kürzesten Wege:

```
1: for  $i = 1, \dots, n$  do
2:   for  $j = 1, \dots, n$  do
3:      $d_{ij}^{(0)} = \begin{cases} c(i, j): & \text{falls } (i, j) \in E \\ \infty: & \text{sonst} \end{cases}$ 
4:   end for
5: end for
6: for  $k = 1, \dots, n$  do
7:   for  $i = 1, \dots, n$  do
8:     for  $j = 1, \dots, n$  do
9:        $d_{ij}^{(k)} = \min(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)})$ 
10:    end for
11:  end for
12: end for
```

- a) Definieren Sie die Bedeutung des Koeffizienten  $d_{ij}^{(k)}$  bezüglich des Graphen. (1 BE)
- b) Beweisen Sie, dass der Algorithmus von Floyd-Warshall jederzeit die gewünschte Eigenschaft von  $d_{ij}^{(k)}$  erhält: Skizzieren Sie dafür den kompletten Beweis durch vollständige Induktion über  $k$  anhand des Codes sowie eventuell einer kleinen Skizze. (4 BE)
- c) Geben Sie die asymptotische Gesamtlaufzeit dieses Algorithmus an und begründen Sie das anhand der Teilschritte! Sie können die Begründung in den oben gegebenen Code hineinschreiben. (3 BE)

**Aufgabe 6:** Thema: Algorithmische Geometrie

(6 BE)

- a) Skizzieren Sie, wie man das Problem Closest Pair in der Ebene auf triviale Weise löst. Geben Sie die asymptotische Laufzeit dieses Verfahrens an. (2 BE)
- b) Skizzieren Sie, wie man Closest Pair in der Ebene löst, wenn das zu den Referenzpunkten gehörende Voronoidiagramm schon zur Verfügung steht. Geben Sie an, welche asymptotische Laufzeit jetzt erzielt wird. (2 BE)
- c) Lohnt sich die Vorberechnung des Voronoidiagramms, um Lösung b) anstatt von a) zu nehmen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 BE)