Klausur Algorithmik SS 2012

Iwanowski 07.09.2011

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte notieren Sie Ihre Antworten ausschließlich auf dem Aufgabenblatt! Bei Bedarf benutzen Sie die Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Insgesamt gibt es 40 Bewertungseinheiten (BE) zu erzielen. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 20 BE.

Falls Sie diese Klausur als Teilleistung der Modulprüfung Algorithmik und Berechenbarkeit schreiben, dann werden die prozentualen Ergebnisse dieser Klausur und der Klausur Berechenbarkeit zu gleichen Teilen zusammengezählt. Zum Bestehen benötigen Sie dann mindestens 50%.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Thema: Such- und Sortieralgorithmen (8 BE)

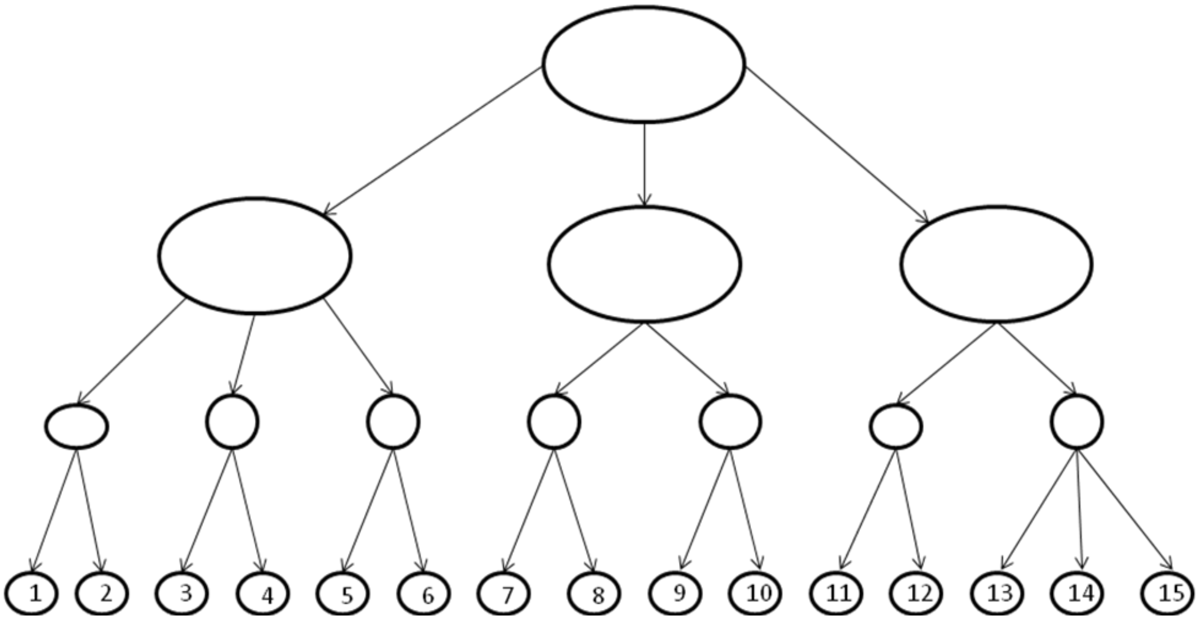
a) Unter welcher Bedingung hat jedes Sortierproblem eine untere Laufzeitschranke von Ω (n log n) im schlechtesten Fall? (1 BE)

b) Skizzieren Sie den Beweis von a): Nennen Sie eine Datenstruktur, über die man das beweist und geben Sie eine Schranke für die Anzahl gewisser Elemente in dieser Datenstruktur an! Den Beweis durch Rechnung, dass das äquivalent zur Behauptung in a) ist, müssen Sie nicht führen. (3 BE)

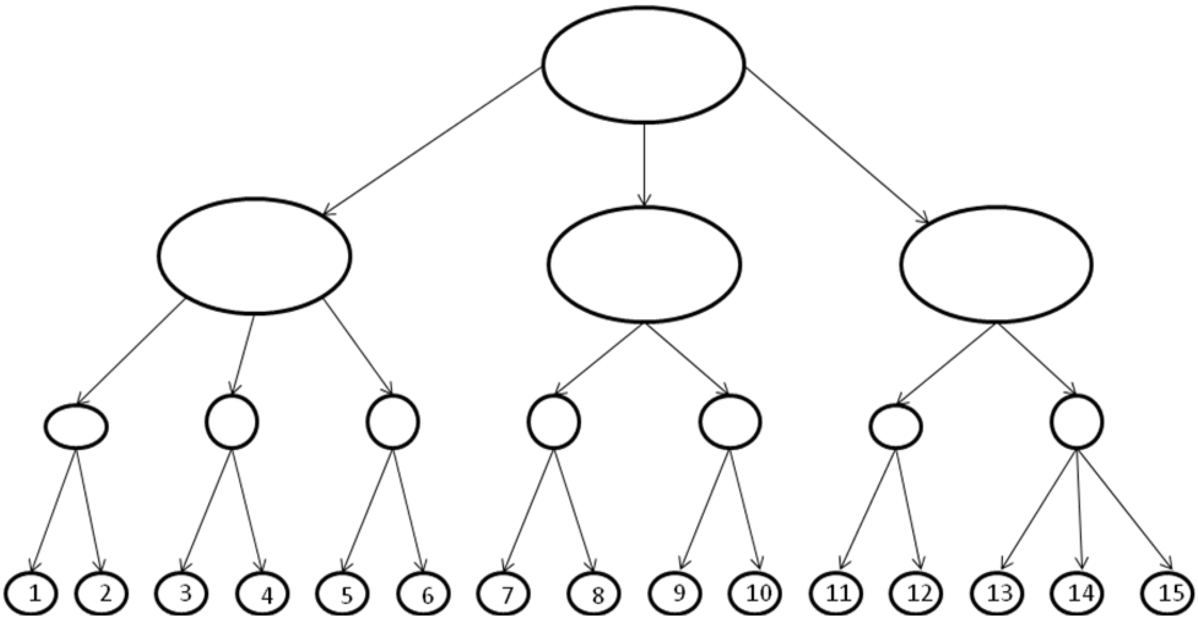
c) Geben Sie ein Verfahren an, das eine bessere Laufzeitschranke als a) hat: Skizzieren Sie die Funktionsweise dieses Verfahren und nennen Sie die Laufzeit. (4 BE)

Aufgabe 2: Thema: Lösungen des Wörterbuchproblems (5 BE)

a) Simulieren Sie im 2-3-Baum unten ein Delete-Verfahren, das im rekursiven Schritt die Enkel auf neue Kinder verteilt, indem Sie das Element 4 löschen. Streichen Sie gelöschte Knoten und fügen Sie neu entstandene Knoten in das Bild ein zusammen mit den neuen Verbindungen! Geben Sie ferner die Werte der Schlüssel in den ersten beiden Ebenen an! (3 BE)



b) Simulieren Sie die Einfügung des Elements 16 im 2-3-Baum unten in derselben Weise wie in a). Tragen Sie auch wieder die Schlüssel des geänderten Baums ein! (2 BE)



Aufgabe 3: Thema: Lösungen des Wörterbuchproblems (7 BE)

a) Welches Problem löst der Algorithmus von Bellman, der unten angegeben ist? Erklären Sie die Bedeutung von n. (2 BE)

b) Erklären Sie den Algorithmus in Worten, indem Sie zunächst beschreiben, was der innerste Schleifenrumpf ab Zeile 8 macht, was für eine Datenstruktur daraus entsteht, und wie der Algorithmus mit Hilfe der beiden Schleifen in Zeile 5 und 6 daraus das globale Problem löst. Ist das eher eine top-down oder bottom-up-Methode? (3 BE)

c) Geben Sie eine Laufzeitabschätzung für den Algorithmus an und begründen Sie diese durch Analyse der Teilschritte: Sie dürfen die Begründung in den Code hineinschreiben. (2 BE)

1: **for** $i = 0, \ldots, n$ **do**
2: $\quad w_{i+1,i} = q_i$
3: $\quad c_{i+1,i} = 0$
4: **end for**
5: **for** $k = 0, \ldots, n-1$ **do**
6: $\quad$ **for** $i = 1, \ldots, n-k$ **do**
7: $\quad\quad j = i + k$
8: $\quad\quad$ Bestimme m mit $i \leq m \leq j$, so dass $c_{i,m-1} + c_{m+1,j}$ minimal ist.
9: $\quad\quad r_{i,j} = m$
10: $\quad\quad w_{i,j} = w_{i,m-1} + w_{m+1,j} + p_m$
11: $\quad\quad c_{i,j} = c_{i,m-1} + c_{m+1,j} + w_{i,j}$
12: $\quad$ **end for**
13: **end for**

Aufgabe 4: Thema: Graphenalgorithmen (7 BE)

a) Beschreiben Sie in Worten den Algorithmus von Dijkstra für einen Graphen mit n Knoten. (3 BE)

b) Analysieren Sie seine asymptotische Laufzeit für den Fall, dass jeder Knoten nur eine konstante Maximalzahl von Nachbarn hat, indem Sie die Laufzeiten der von Ihnen in a) beschriebenen Teilschritte angeben. (3 BE)

c) Geben Sie die Laufzeit an, wenn jeder Knoten mit jedem Knoten verbunden sein darf (die Analyse müssen Sie nicht machen). (1 BE)

Aufgabe 5: Thema: String Matching (5 BE)

a) Bestimmen Sie die Präfixfunktion von Knuth-Morris-Pratt für folgendes Muster (schreiben Sie den jeweiligen Funktionswert unter die jeweilige Position): (3 BE)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
a	b	b	a	b	b	b	a	b	b	a	b	b	a	b	b	b	a	b	b	a	b	b	b

b) Erklären Sie in Worten, wie ein Beweis nach dem Akkumulatorprinzip funktioniert (Sie müssen das nicht an einem konkreten Algorithmus vormachen) (2 BE)

Aufgabe 6: Thema: Algorithmische Geometrie (8 BE)

a) Definieren Sie das Problem „Nächstes Postamt“ in der Ebene: Was ist die Eingabe, und was wird gesucht? (2 BE)

b) Erklären Sie, wie man das Problem trivialerweise löst, und welche Laufzeit zu erwarten ist! (2 BE)

c) Wie löst man das Problem mit Hilfe von Voronoidiagrammen (nur in Worten skizzieren), und welche Auswirkung hat das auf die Lösungsgeschwindigkeit? (4 BE)
Hinweis: Unterscheiden Sie Vorverarbeitungszeit und Laufzeit!