

Klausur Algorithmik SS 2009

Iwanowski 02.09.2009

Hinweise:

Bearbeitungszeit: 105 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte notieren Sie Ihre Antworten ausschließlich auf dem Aufgabenblatt! Bei Bedarf benutzen Sie die Rückseite! Für Skizzen und Entwürfe steht ebenfalls die Rückseite zur Verfügung. Entwürfe, die nicht gewertet werden sollen, sind durchzustreichen.

Insgesamt gibt es 45 Bewertungseinheiten (BE) zu erzielen. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 22,5 BE.

Viel Erfolg!

Ordnen Sie folgende Komplexitätsklassen der Größe nach:

- a) $O(n^3 (\log_2 n)^7)$
- b) $O(n^n)$
- c) $O(2^{\log_2 n})$
- d) $O(n^{3,01})$
- e) $O(n^3 (\log_5 n)^7)$
- f) $O(n^3 (\log_7 n)^2)$
- g) $O(n)$
- h) $O(2^n)$

Geben Sie eine lineare Kette an, in der Sie kenntlich machen, welche Klasse die andere echt umfasst und welche gleich ist. Sie können zur Schreibersparnis mit den Buchstaben a bis h arbeiten.

Aufgabe 2: Thema: Such- und Sortieralgorithmen

(10 BE)

- a) Definieren Sie das Auswahlproblem Select (k,A) und geben Sie einen trivialen Algorithmus zur Lösung mit seiner asymptotischen Laufzeit an! Benennen Sie auch die Bedeutung der Variablen in der Angabe der Laufzeit! (3 BE)
- b) Beschreiben Sie die Idee, wie man das Auswahlproblem deterministisch in linearer Zeit lösen kann und geben Sie die entsprechende Rekursions(un)gleichung an! Geben Sie auch die Gesamtlaufzeit an! (7 BE)

Aufgabe 3: Thema: Lösungen des Wörterbuchproblems

(5 BE)

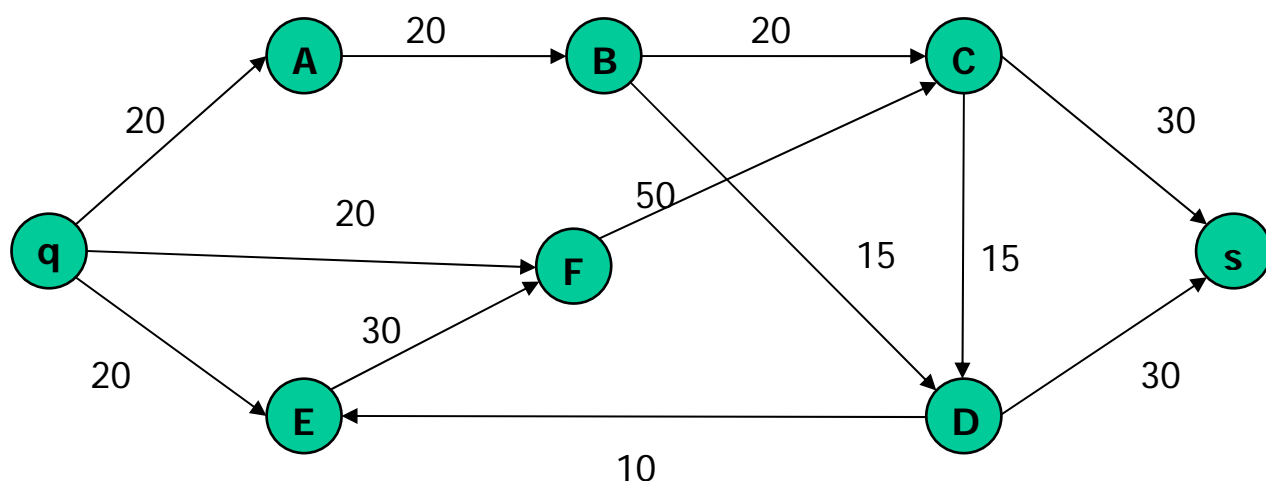
- a) Geben Sie an, welche drei Operationen zum Wörterbuchproblem gehören, und wie schnell man diese asymptotisch lösen kann! (2 BE)
- b) Wie ändert sich die Laufzeit der Wörterbuchoperationen, wenn man sie statt mit einem 2-3-Baum mit einem (3,7)-Baum löst? (1 BE)
- c) Was ist der Vorteil von Suchbäumen gegenüber einem Hashing-Verfahren? (1 BE)
- d) Warum wird dennoch häufig ein Hashing-Verfahren statt eines Suchbaums gewählt? (1 BE)

Analysieren Sie den folgenden Algorithmus von Floyd-Warshall:

```
1: for  $i = 1, \dots, n$  do
2:   for  $j = 1, \dots, n$  do
3:      $d_{ij}^{(0)} = \begin{cases} c(i, j): & \text{falls } (i, j) \in E \\ \infty: & \text{sonst} \end{cases}$ 
4:   end for
5: end for
6: for  $k = 1, \dots, n$  do
7:   for  $i = 1, \dots, n$  do
8:     for  $j = 1, \dots, n$  do
9:        $d_{ij}^{(k)} = \min(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)})$ 
10:    end for
11:  end for
12: end for
```

- Welches Problem löst dieser Algorithmus? Wofür stehen die Variablen $d_{ij}^{(k)}$? Geben Sie das für jedes k an, das hier berechnet wird! (2,5 BE)
- Beweisen Sie mit vollständiger Induktion über k , dass dieser Algorithmus die in a) gegebene Behauptung sicherstellt, und folgern Sie daraus die in a) formulierte Lösung des Gesamtproblems! (4,5 BE)
- Geben Sie die asymptotische Gesamtlaufzeit dieses Algorithmus an und begründen Sie das anhand der Teilschritte! (Sie können die Begründung in den oben gegebenen Code hineinschreiben) (2 BE)

Betrachten Sie den folgenden Graphen mit gegebenen Flusskapazitäten:



- Geben Sie an, was der Algorithmus von Edmonds-Karp im Allgemeinen als erstes zur Bestimmung eines maximalen Flusses sucht, zeigen Sie das in diesem Beispiel und geben Sie den daraus resultierenden ersten Fluss an, der hier errechnet wird. (3 BE)
- Was berechnet der Algorithmus von Dinic im Allgemeinen im ersten Schritt anders, und wie sieht das in diesem konkreten Beispiel aus? (3 BE)

Aufgabe 6: Thema: String Matching

(5 BE)

- a) Welches Problem soll beim String Matching gelöst werden? (1 BE)
- b) Geben Sie ein naives Vorgehen an und begründen Sie die asymptotische Laufzeit!(2 BE)
- c) Schildern Sie die grundlegende Idee, wie der Algorithmus von Knuth-Morris-Pratt das besser löst. (2 BE)

Aufgabe 7: Thema: Algorithmische Geometrie

(7 BE)

- a) Definieren Sie das Problem Closest Pair in der Ebene! (1 BE)
- b) Beschreiben Sie einen naiven Algorithmus zur Lösung dieses Problems und begründen Sie seine Laufzeit! (2 BE)
- c) Skizzieren Sie, wie man das Problem mit Hilfe eines bereits erstellten Voronoi-Diagramms effizienter löst und begründen Sie die Laufzeit dieser Lösung.
(Hinweis: Die Laufzeit ist nicht ganz trivial, sondern hängt von einer Eigenschaft des Voronoi-Diagramms ab, welche hier erwähnt werden soll) (4 BE)