Das Kürzeste-Wege-Problem in öffentlichen Verkehrsnetzen

Seminar

Stefan Görlich

25.05.2005

Inhalt

- Einleitung
- Suchverfahren
- Gierige Suche (Greedy Best-first)
- A*
- Speicherbegrenzte Suche
- Modifikationen für den Praxiseinsatz im ÖPNV

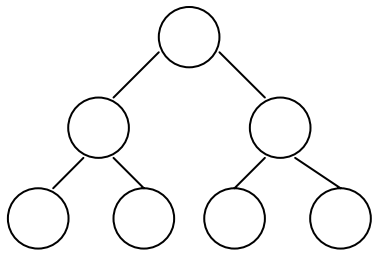
fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

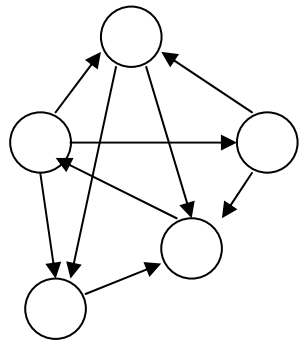
Warum suchen?

- Kürzesten Weg finden
- Problemlösen in der KI

Probleme

- Häufig sehr große Suchräume
  - Z.B. HVV: 36617 Knoten
- Graphen mit Zyklen
- Begrenzte Ressourcen





- Suchgraph
- Zyklen
- Knoten entsprechen Haltestellen
- Kanten entsprechen einer Bus-/Bahnlinie

Wiederholung: Suchverfahren

- Uninformierte Suche
  - „Blinde Suche“
  - Breitensuche, Tiefensuche, …
- Heuristische Suche
  - Problemspezifische Suche
  - Bergsteigen, …

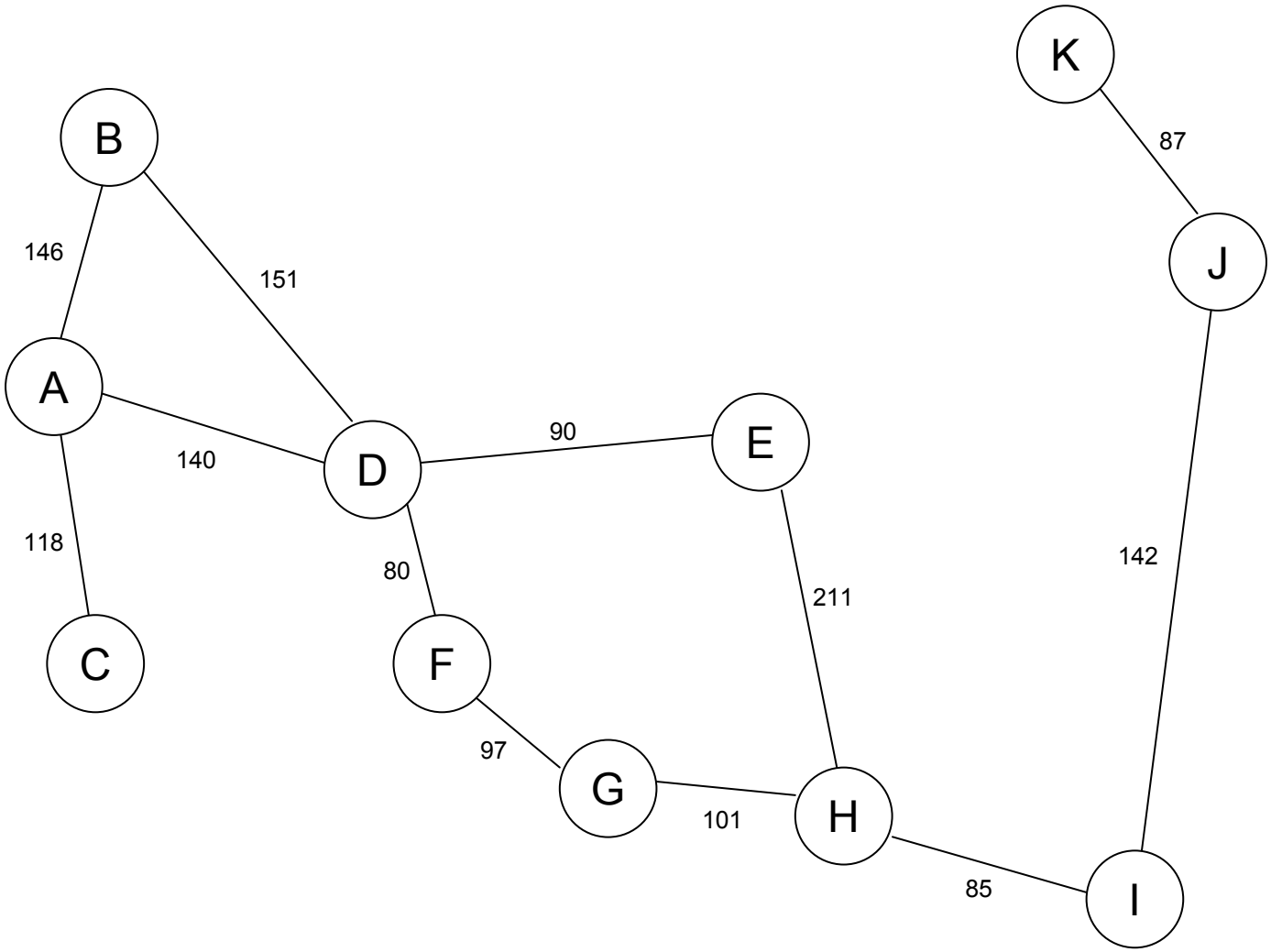
fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Jetzt: Bestensuche

Eigenschaften eines „besten“ Suchalgorithmus:

- Vollständigkeit
- Optimalität
- optimale Effizienz

Beispiel



Legende

L: Menge von Knoten in Suchraum

C: Menge von Knoten, die bereits exploriert wurden

n: Ein Knoten im Suchraum

n‘: Kindknoten von n

f(n): Entscheidungsfunktion zur Exploration der Knoten

h(n): Geschätzte Kosten des billigsten Pfades von n zum Ziel

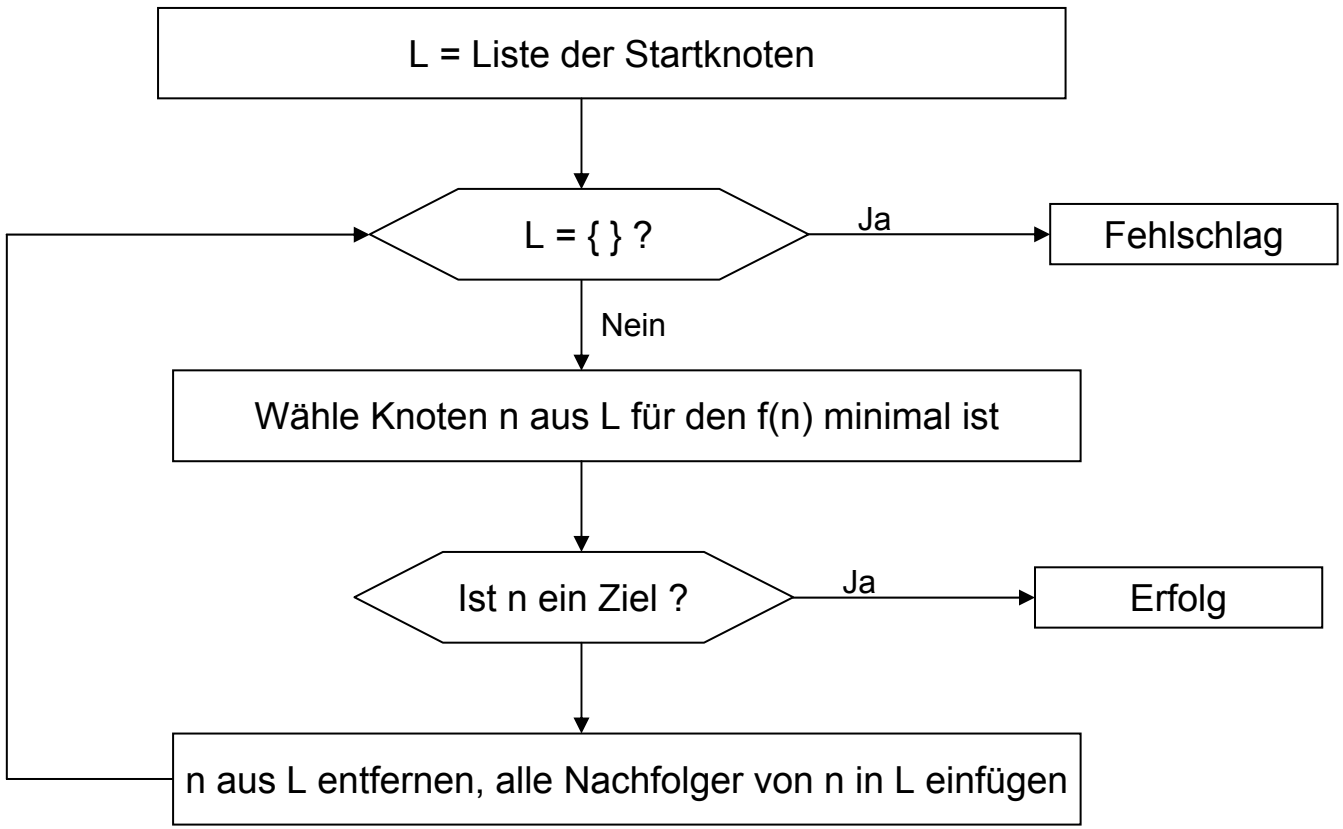
g(n): Kosten vom Startknoten zum Knoten n

h*(n): Tatsächliche Kosten vom Knoten n zum Ziel

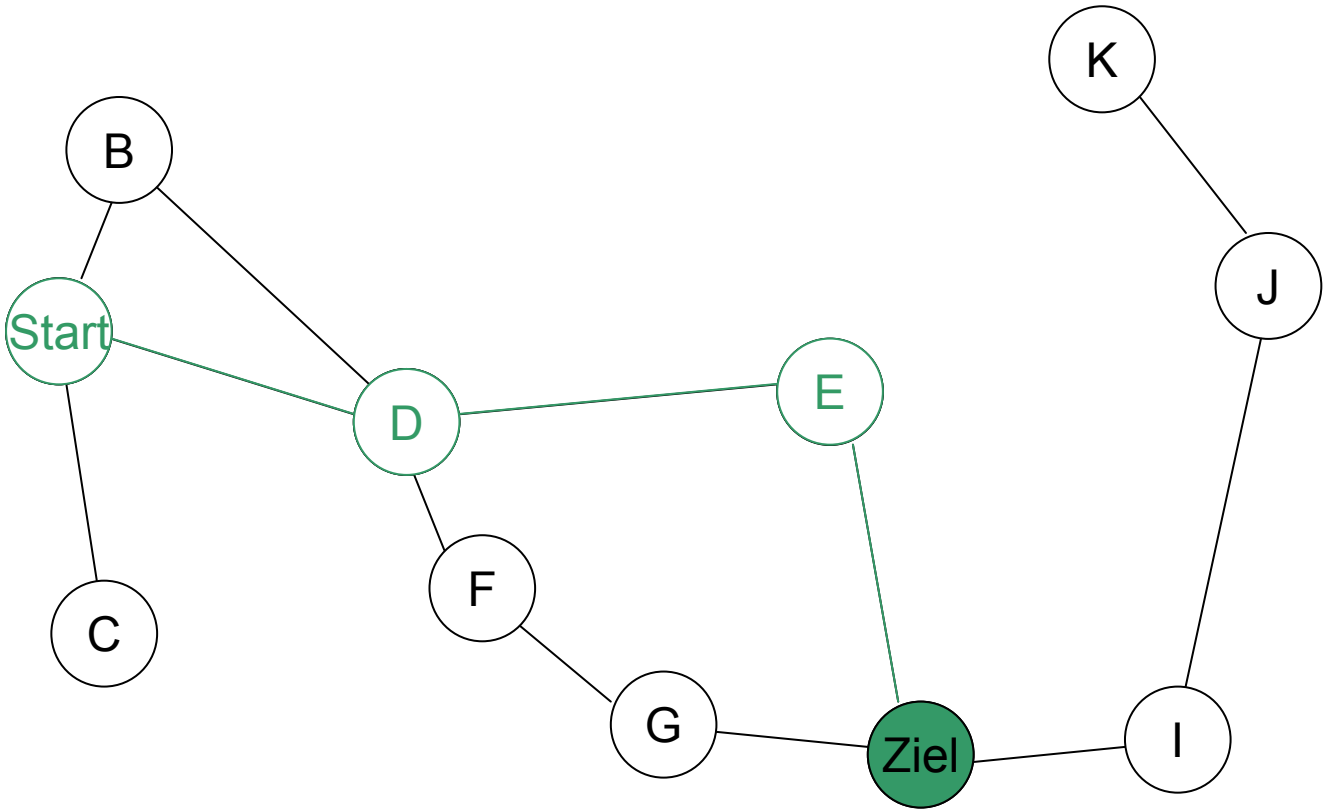
c(n$\rightarrow$n‘): Kosten für den Übergang von n zu n‘

Gierige Suche (Greedy Best-First)

- Expandiert den Knoten, der dem Ziel am nächsten liegt
- f(n) = h(n)



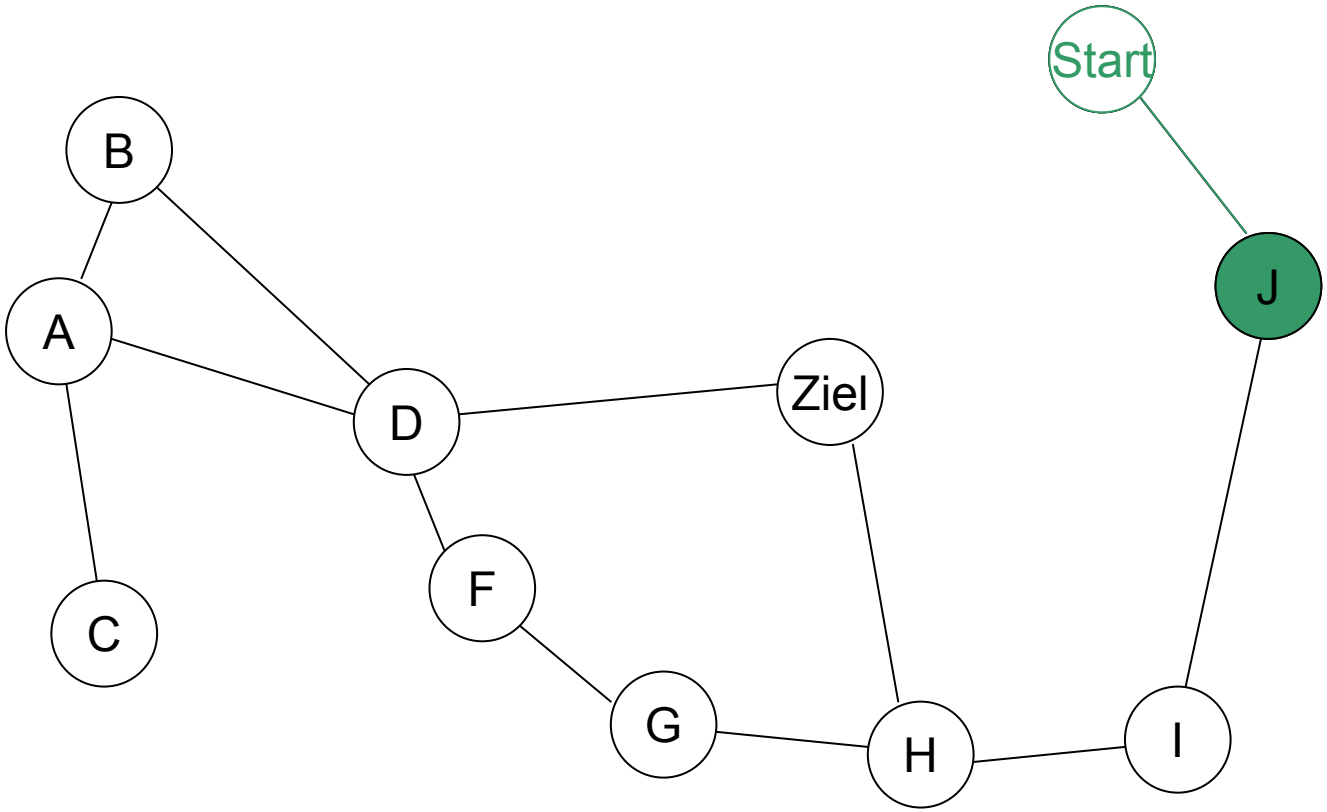
Gierige Suche (Greedy Best-First): Beispiel 1



Entfernungen zum Ziel:

Start	366
B:	380
C:	329
D:	253
E:	178
F:	193
G:	98
I:	80
J:	226
K:	234

Gierige Suche (Greedy Best-First): Beispiel 2



L = {I, Start}

Entfernungen zum Ziel:

Start	120
A:	380
B:	385
C:	380
D:	99
F:	193
G:	198
H:	211
I:	230
J:	140

fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fazit:

- Nicht Vollständig
- Nicht optimal
- Nicht optimal effizient
- Zeit- und Speicherkomplexität:

  Worst-case: $O(b^m)$

  Stark von h(n) abhängig

m: Maximale Tiefe des Suchraums

b: Verzweigungsfaktor

+ Minimierung der geschätzten Gesamtkosten für die Lösung

+ f(n) = g(n) + h(n)

+ Vollständig

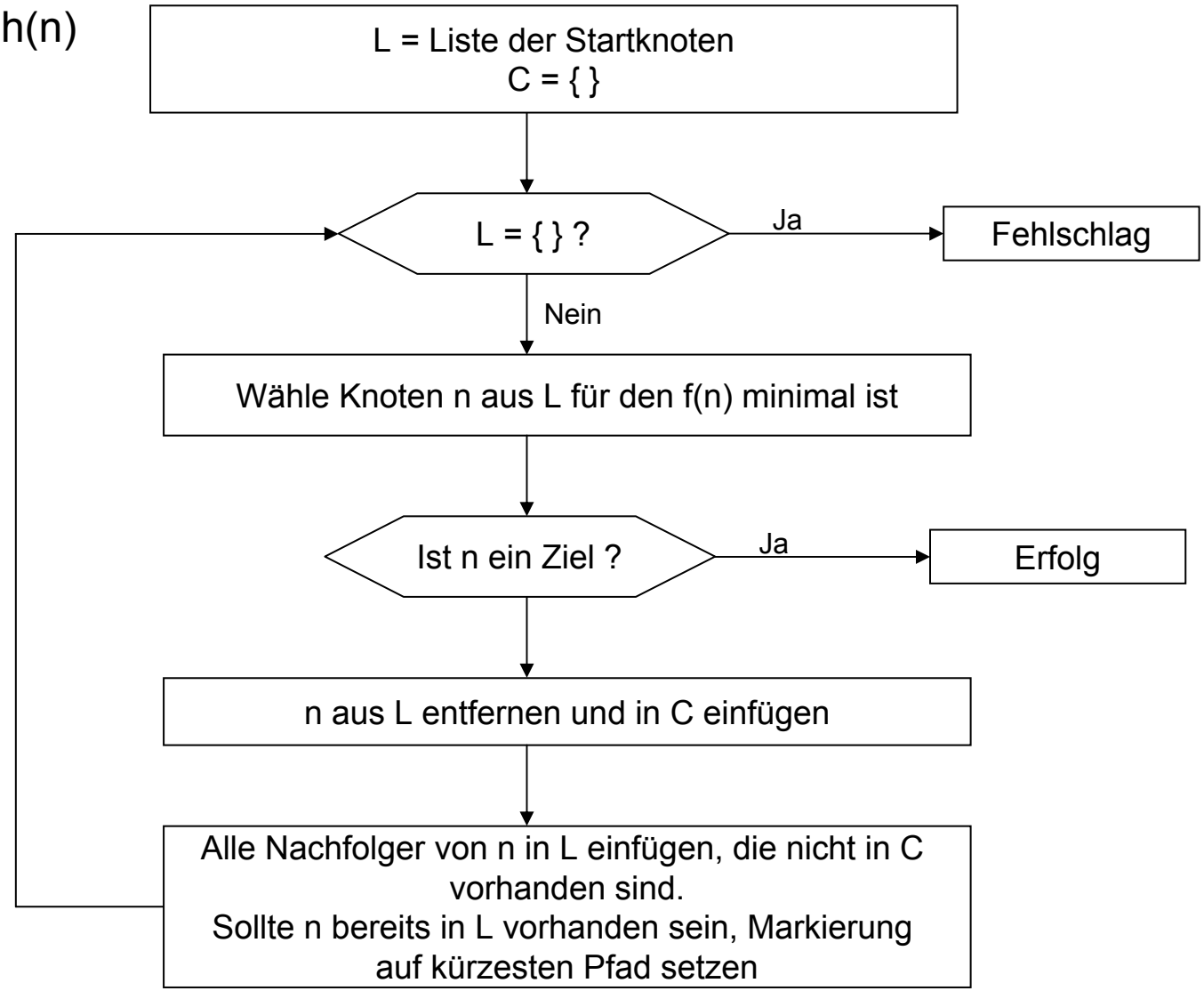
+ Optimal (sofern h(n) Konsistent)

+ Optimal-Effizient

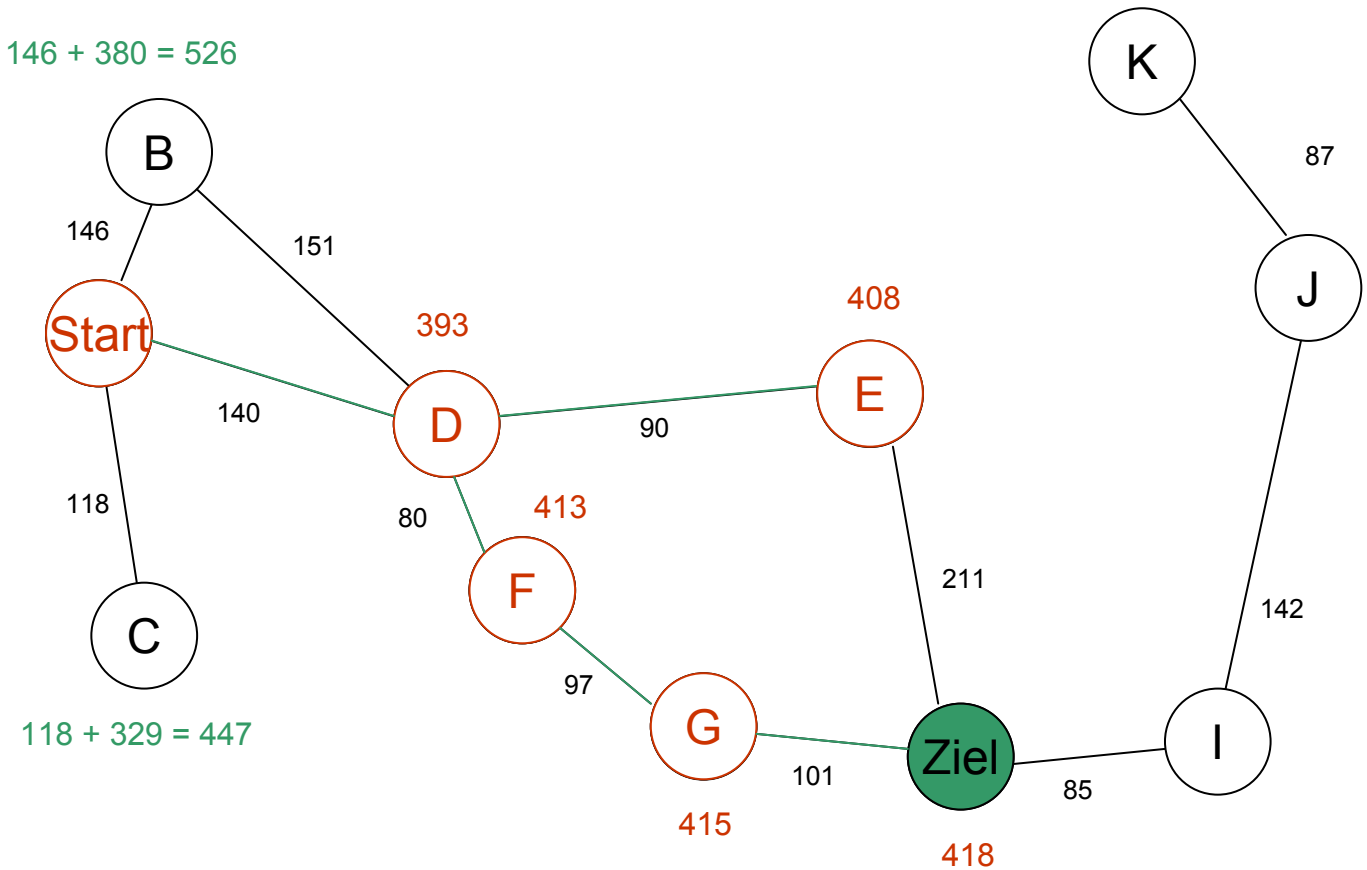
- Verwaltung bereits erschlossener Knoten

A*: Algorithmus

f(n) = g(n) + h(n)



A*: Beispiel



L = {B, C}

C = {Start, D, E, F, G, Ziel}

Entfernungen zum Ziel:

Start	366
B:	380
C:	329
D:	253
E:	178
F:	193
G:	98
I:	80
J:	226
K:	234

A*: Vollständigkeit

Da der A*-Algorithmus…

- alle Nachfolger eines Knotens in L aufnimmt,
- die bereits explorierten Knoten in C speichert,
- iteriert bis L = { } oder das optimale Ziel gefunden ist

…ist er vollständig**

**: vgl. Nilsson: Principles of Artificial Intelligence, 1982

A* ist optimal

Bedingung: h(n) ist zulässig und konsistent (monoton)

- Zulässig: $h(n) <= h^*(n)$
- Konsistent: $h(n) – h(n') <= c(n \rightarrow n')$

Annahme: A* ist nicht optimal

$\rightarrow f(t) = g(t) > g(o)$

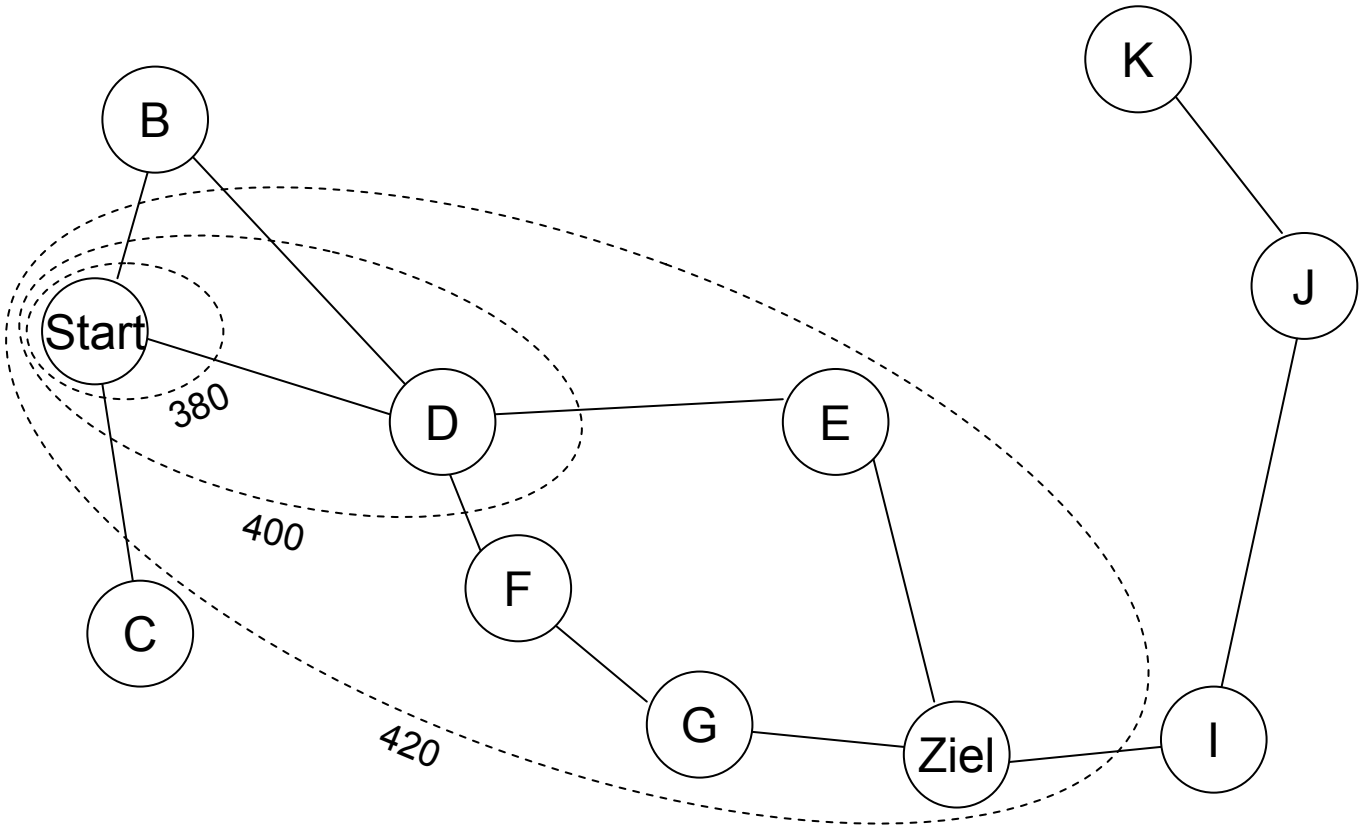
Da t nicht optimal, muss es vor der Terminierung ein Knoten n‘ in L geben, für den gilt: $f(n') <= g(o)$

Es folgt: $f(n') <= g(o) < f(t)$ $\Rightarrow f(n') < f(t)$

Demnach hätte n‘ vor t Expandiert werden müssen!

t: Nichtoptimaler Zielknoten
s: Startknoten
o: Optimaler Zielknoten

A*: Optimale Effizienz



A*: Optimale Effizienz

- Jeder Algorithmus, der nicht mindestens alle Knoten exploriert, für die gilt h(n)<h(g) ist nicht optimal!

  => A* ist optimal effizient**

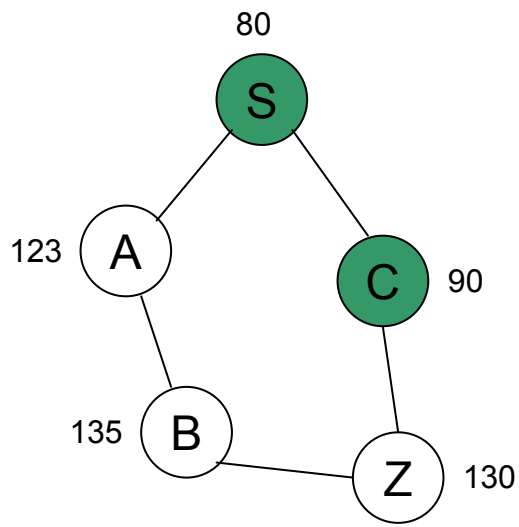
Suchkosten:

d	IDS	A* (h1)	A* (h2)
2	10	6	6
4	112	13	12
6	680	20	18
8	6384	39	25
10	47127	93	39
12	3644035	227	73
14	-	539	113
16	-	1301	211
18	-	3056	363
20	-	7276	676
22	-	18094	1219
24	-	39135	1641

**: vgl. Dechter, Pearl: Generalized best-first search strategies and the optimality, 1985

SMA* (simplified memory-bounded A*)

- Unter der Monotoniebedingung $h(n) - h(n') \leq c(n \rightarrow n')$ kann auf die Liste der bereits erschlossenen Knoten C verzichtet werden, wenn nur die Nachfolgeknoten in L aufgenommen werden, für die gilt: $f(n) \leq f(n')$



L = {A, Z}

fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

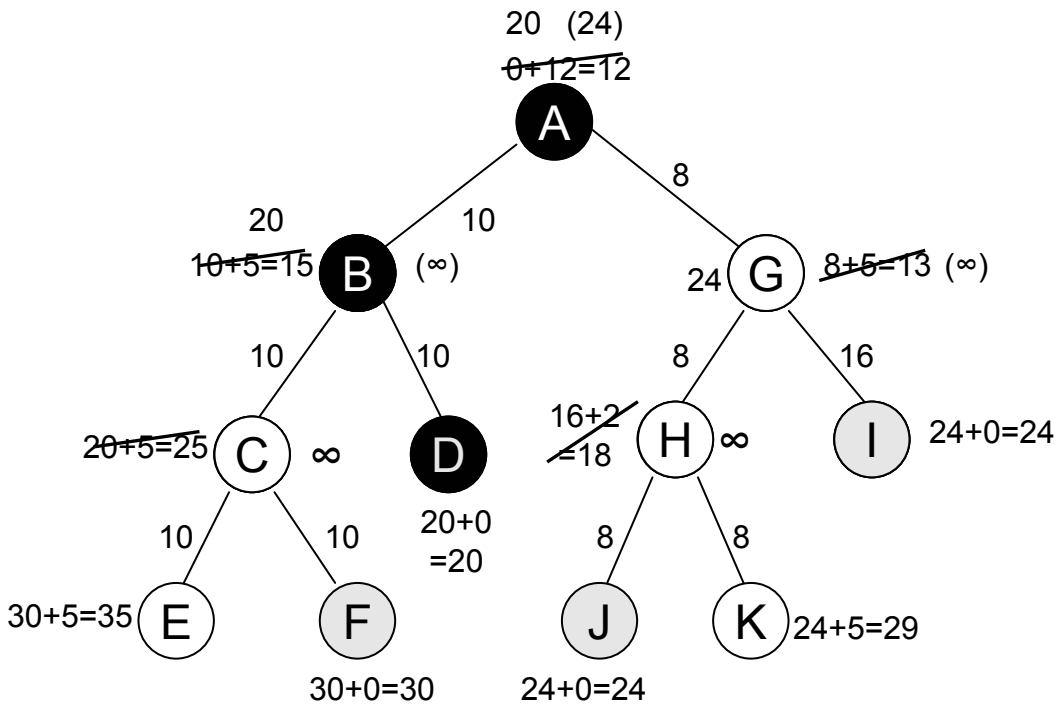
SMA* (simplified memory-bounded A*)

- Definition des maximalen Speichers, der zur Verfügung steht
- Normaler A*-Algorithmus bis Speichergrenze erreicht
- Dem Vaterknoten wird der minimale Wert der Nachfolgeknoten zugewiesen

Sobald Speichergrenze erreicht:

- Knoten mit größtem f(n)-Wert wird verworfen, die Kosten des verworfenen Pfades werden zusätzlich im Vaterknoten gespeichert

SMA* (simplified memory-bounded A*)



L = {A, B, D}

Speicherkapazität: 3 Knoten

fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

SMA* (simplified memory-bounded A*)

+ Vollständig, falls ein Zielkonten mit dem zur Verfügung stehenden Speicher erreicht werden kann

+ Optimal, falls das optimale Ziel mit dem zur Verfügung stehenden Speicher erreicht werden kann

- Erhöhter Rechenaufwand durch Neuerstellung bereits untersuchter Knoten

Modifikationen für den Praxiseinsatz im ÖPNV

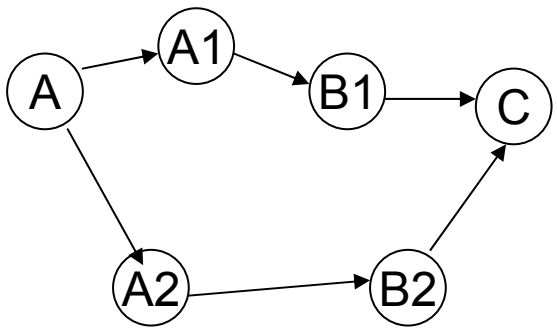
- Gesucht: Schnellste Verbindung, nicht kürzeste
- Schnellste Verbindung zur bestimmten Zeit

- Problem: Unterschiedlich getaktete Linien
  - Wartezeit beim Umsteigen minimieren

    Beispiel: www.geofox.de

  - Lösung: Vorwärts- mit anschließender Rückwärtssuche

- Sucheinschränkungen



- Dadurch schnellste Verbindung nicht unbedingt beste

Modifikationen für den Praxiseinsatz im ÖPNV

fhwedel
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

- Unterschiedliche Fahrzeiten je nach Tageszeit
  - Kosten müssen angepasst werden

Beispiel: www.geofox.de

- Haltestellen können zu bestimmten Zeiten nicht erreichbar sein
  - Problem: Alle Knoten würden expandiert werden

Beispiel: DELFI

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit