

Grundlagen der Programmierung

Vorlesung 9
Sebastian Iwanowski
FH Wedel

Modularisierung

Prozeduren mit Rückgabewert (Funktionen)

```
in := LiesEingabedatum ();  
n := LiesTageszahl ();  
out := BerechneAusgabedatum (in, n);  
kein Rückgabewert ----> GibAusgabedatumAus (out);
```

in der Prozedur (Funktion):

```
BerechneAusgabedatum (inDate, count);  
begin  
  .  
  .  
  .  
  return outDate;  
end
```

im aufrufenden Programm:

```
out := BerechneAusgabedatum (in, n);
```

- Die Prozedur darf in der return-Anweisung einen beliebigen Wertausdruck haben.
- Dieser wird bei der Ausführung der return-Anweisung ausgewertet
- Nach der return-Anweisung wird die Prozedur beendet und der Rückgabewert im Hauptprogramm an der entsprechenden Stelle eingesetzt.

Modularisierung

Variablen in Prozeduren

- Da Prozeduren alle Funktionalitäten von Programmen haben, darf man in ihnen auch Variablen definieren. (falls die Programmiersprache das erlaubt)
- Variablen sollten grundsätzlich nur lokal verwendet werden, auch wenn die Programmiersprache mehr erlaubt (wie Pascal)
- Die Kommunikation zwischen zwei verschiedenen Programmteilen (Prozeduren) hat in der Regel über Parameter zu erfolgen (und nicht durch Benutzung gemeinsamer Variablen)
- Daher behandeln wir hier keine Sichtbarkeitsregeln.

Unterscheide Parametervariablen von anderen lokalen Variablen !

Modularisierung

Verifikation bei Prozeduren

- Die Verifikation innerhalb von Prozeduren unterscheidet sich nicht von der Verifikation allgemeiner Programme.

Einzigster neuer Punkt der Beachtung: **Parameterübergabe**

- Die aktuellen Parameter müssen die Vorbedingungen der entsprechenden formalen Parameter erfüllen.

Die meisten Compiler unterstützen das durch Typprüfungen.

- Der Rückgabewert muss die Vorbedingungen für die zugewiesene Variable des Hauptprogramms erfüllen.

Analoges gilt bei der Benutzung von Variablenparametern.

Grundlagen der Programmierung

1. Einführung

Grundlegende Eigenschaften von Algorithmen und Programmen

2. Logik

Aussagenlogik

Prädikatenlogik

3. Programmentwicklung und –verifikation

Grundlagen der Programmverifikation

Zuweisungen und Verbundanweisungen

Verzweigungen

Schleifen

Modularisierung

 Rekursion

4. Entwurf und Analyse von Algorithmen

Klassifikation von Algorithmen

Programmierung von Algorithmen

Bewertung von Algorithmen

Rekursion

oder: Wie programmiert man wirklich elegant ?

```
procedure f (n: Integer): Integer
  if (n=0)
    then
      return 1
    else
      return n • f(n-1)
  end {f}
```

Was berechnet diese Prozedur ?

Gibt es irgendwelche Vorbedingungen ?

Wie beweist man das alles ?

Rekursion

Verifikation von rekursiven Prozeduren

Rekursive Prozeduren haben viel mit Schleifen gemeinsam

- Daher bietet sich eine ähnliche Verifikationstechnik an:
 - 1) **Beweise, dass die Berechnungen in jedem Durchlauf der Prozedur so fortschreiten, dass nach Abbruch der Rekursion das Richtige berechnet ist.**

(falls die Rekursion irgendwann einmal abbricht)

*Mögliches Beweiselement: **Invariantenbedingung***

- 2) **Beweise, dass die Rekursion irgendwann einmal abbricht.**

*Essentielle Beweiselemente: **Variante und Terminierungsbedingung***

Wichtigste Beweistechnik: Vollständige Induktion

Primitiv rekursive Funktionen

$$\mathbf{f}(n) = \begin{cases} c & \text{für } n = 0 \\ h(n, \mathbf{f}(\text{pred}(n))) & \text{sonst} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{N}$

$(c \text{ sei eine beliebige Konstante})$

$(h(n, x) \text{ sei eine beliebige Funktion})$

$\text{pred}(n) \text{ sei eine natürliche Zahl } < n$

```
procedure f(n: Integer): Integer
if (n=0)
  then
    return c
  else
    return h(n, f((pred(n))))
end {f}
```

Vorteil: Terminierung ist immer gewährleistet

Endrekursive Funktionen

($g(\mathbf{x})$ sei eine beliebige Funktion)

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} g(\mathbf{x}) & \text{für ein logisches Prädikat } P(\mathbf{x}) \\ f(r(\mathbf{x})) & \text{sonst} \end{cases}$$

\mathbf{x} beliebig

$r(\mathbf{x})$ sei eine beliebige Funktion, solange der Wertebereich im Definitionsbereich für f ist

(\mathbf{x} kann auch ein mehrdimensionaler Vektor sein !)

```
procedure f(x): ResultType
  if P(x)
    then
      return g(x)
    else
      return f(r(x))
end {f}
```

Vorteil: Es gibt Algorithmus zur automatischen Implementierung auf dem Computer

Linear rekursive Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{für ein logisches Prädikat } P(x) \\ h(x, f(r(x))) & \text{sonst} \end{cases}$$

```
procedure f(x): ResultType
  if P(x)
    then
      return g(x)
    else
      return h(x, f(r(x)))
end {f}
```

Primitiv rekursive Funktionen



Linear rekursive Funktionen

Endrekursive Funktionen



Allgemeine rekursive Funktionen

Fibonacci-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n \leq 1 \\ f(n-2) + f(n-1) & \text{sonst} \end{cases}$$

McCarthy-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} n-10 & \text{für } n > 100 \\ f(f(n+11)) & \text{sonst} \end{cases}$$

Ulam-Collatz-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ f(n/2) & \text{für gerade } n \\ f(3n+1) & \text{für ungerade } n \end{cases}$$

Allgemeine rekursive Funktionen

- **Nicht jede rekursive Funktion ist linear rekursiv oder endrekursiv**
- **Alle rekursiven Funktionen können auch nichtrekursiv formuliert werden.**

Was ist besser: Rekursive oder iterative Formulierung ?

Beim nächsten Mal:

***Transformationen zwischen den verschiedenen
Rekursionsarten***

***Zusammenfassung und Übungen:
Programmentwicklung und -verifikation***