

# ***Diskrete Mathematik***

Inhalte 9. Vorlesungswoche  
Sebastian Iwanowski  
FH Wedel

## **Referenzen zum Nacharbeiten:**

Lang 5.1, 5.2 (außer Zyklendarstellung von Permutationen)

Beutelspacher 4 (außer Fixpunkte von Permutationen)

Meinel 8

# 5. Kombinatorik

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Anzahl der Elemente endlicher Strukturen.

## 5.1 Zählformeln für endliche Mengen

Bezeichnung der Anzahl der Elemente einer endlichen Menge  $M$ :  $|M|$ ,  $\#M$

**Zusammenhang zwischen den Elementzahlen von Schnittmengen, Vereinigungsmengen und den Einzelmengen:**

### *Siebformel*

$$\begin{aligned} \# (M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k) &= \# M_1 + \dots + \# M_k - \# (M_1 \cap M_2) - \# (M_1 \cap M_3) - \dots - \# (M_{k-1} \cap M_k) \\ &\quad + \# (M_1 \cap M_2 \cap M_3) + \dots + \# (M_{k-2} \cap M_{k-1} \cap M_k) - \dots \\ &\quad + (-1)^{k-1} \# (M_1 \cap M_2 \cap \dots \cap M_k) \end{aligned}$$

$$\# \left( \bigcup_{i=1}^k M_i \right) = \sum_{i=1}^k \# M_i - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k \# (M_i \cap M_j) + \dots + (-1)^{k-1} \# \left( \bigcap_{i=1}^k M_i \right)$$

# 5. Kombinatorik

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Anzahl der Elemente endlicher Strukturen.

## 5.1 Zählformeln für endliche Mengen

**Zusammenhang zwischen den Elementzahlen von Mengen und ihrem Kreuzprodukt:**

$$\# (M_1 \times M_2 \times \dots \times M_k) = \# M_1 \cdot \dots \cdot \# M_k$$

**Anzahl der k-Tupel einer n-elementigen Menge:  $n^k$**

**Anzahl der möglichen Anordnungen einer n-elementigen Menge:  $n!$**

***(Anzahl der Permutationen)***

# 5. Kombinatorik

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Anzahl der Elemente endlicher Strukturen.

## 5.1 Zählformeln für endliche Mengen

**Zusammenhang zwischen der Elementzahl einer Menge und der Anzahl ihrer Teilmengen:**

$$\# P(M) = 2^{\#M}$$

**Zusammenhang zwischen der Elementzahl  $n$  einer Menge und der Anzahl ihrer  $k$ -elementigen Teilmengen:**

$$\binom{n}{k} := \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad (\text{Binomialkoeffizient})$$

# 5. Kombinatorik

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Anzahl der Elemente endlicher Strukturen.

## 5.1 Zählformeln für endliche Mengen

**Zusammenhang zwischen Binomialkoeffizient und binomischer Formel:**

$$(x + y)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot x^{n-i} \cdot y^i$$

**Zusammenhang zwischen den Binomialkoeffizienten:**

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

**Pascalsches Dreieck: Rekursive Berechnung der Binomialkoeffizienten**

Bilde für  $n = 0, 1, 2, \dots$  nacheinander die Reihe der Binomialkoeffizienten  $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}$  :

Verwende für jedes  $n$  die Regel  $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

und berechne die  $\binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n-1}$  aus den  $\binom{n-1}{1}, \binom{n-1}{2}, \dots, \binom{n-1}{n-1}$  nach der rekursiven Formel