

ADT's

Jan Sören Ramm & Stefan Ahrens

Fachhochschule Wedel

03.12.2010

Inhaltsverzeichnis I

- 1 Einleitung
 - Grundansatz
 - Vergleich zu einfachen Datentypen
 - Spezifikation
 - Beispiel einer algebraischen Spezifikation
 - Angestrebte Eigenschaften eines ADTs
- 2 Modulkonzept in Haskell
 - Beschreibung
 - Standardverhalten
 - Im-/Export von Funktionen
 - Modifizierter Import
- 3 Set
 - Einleitung

Inhaltsverzeichnis II

- Definitionen
 - Einfache Funktionen
 - Insert
 - Delete
- Implementierungsmöglichkeiten
 - Implementierung mit Hilfe von Listen
 - Implementierung mit Hilfe von Bäumen
 - Vergleich

4 Flexible Arrays

- Einleitung
- Definition
- Implementierungsmöglichkeit

5 Vordefinierte ADTs

6 Quellen

Einleitung

Grundansatz

- Implementierung und Schnittstelle trennen
- Datenkapselung
- Austauschbarkeit

Schnittstelle	sichtbare Teile von Werten und Operationen
Implementierung	unsichtbare Teile von Werten und Operationen

Vergleich zu einfachen Datentypen

- einfache Datentypen
 - Explizit / konkret über Werte oder Wertebereiche definiert
 - Feste Anzahl von Werten
 - Teilweise stark Programmiersprachen abhängig
 - Beispiele: Integer, ENUM, Boolean, ...
- abstrakte Datentypen
 - ADT werden über Operationen definiert
 - Export der Schnittstelle über Module
 - Vorteile von ADT
 - Sicherheit
 - Flexibilität

Spezifikation

- Modellierende Spezifikation
 - Signatur
 - Semantik (Spezifikation z.B. durch Beschreiben im Pseudocode)
- Algebraische Spezifikation
 - Signatur
 - Erzeuger
 - Axiome

Beispiel einer algebraischen Spezifikation

Signatur und Erzeuger

```
data Stack e = E
              | S e (Stack e)
empty        :: E
isStackEmpty :: Stack e -> Bool
push         :: e -> Stack e -> Stack e
pop          :: Stack e -> Stack e
top          :: Stack e -> e
```


Beispiel einer algebraischen Spezifikation

Axiome

```
isEmpty empty           = true
isEmpty (push s i)      = false
pop (push i s)          = s
top (push i s)          = i
```

Angestrebte Eigenschaften eines ADTs

- Universalität
 - Einmal entworfen und implementiert
- Präzise Beschreibung
 - Schnittstelle eindeutig und vollständig
- Einfachheit
 - Für Anwendung interessiert interne Realisierung nicht
- Kapselung
 - Benutzer weiss genau WAS der ADT macht, aber nicht WIE
- Geschützttheit
 - Anwender / Angreifer kann auf interne Struktur nicht zugreifen
- Modularität
 - Viele kleine Module vereinfachen das Gesamtprogramm

Modulkonzept in Haskell

Beschreibung

- Bilden eigenen Namensraum (namespace)
- Pro Datei nur ein Modul
- Module beginnen laut Konvention mit einem Großbuchstaben
- Keine zyklischen Abhängigkeiten erlaubt
- Untermodule werden durch Punktnotation gebildet

Standardverhalten

Default: Alles wird exportiert

```
module MyModule1 where  
    funct1 = ...  
    funct2 = ...
```

Im-/Export von Funktionen I

Importieren von funct1 und 2

```
module MyModule2 where
import MyModule1
    funct3 = ...
```

Exportieren von einzelnen Funktionen

```
module MyModule3 (funct1) where
    funct1 = ...
    funct2 = ...
```

Im-/Export von Funktionen II

Exportieren einzelner Funktionen und reexport eines Moduls

```
module MyModule4 (funct1 , module Foo) where
import Foo
    funct1 = ...
    funct2 = ...
```

Importiert nur funct1 aus dem Modul

```
...
import MyModule1 (funct1)
...
```

Modifizierter Import

Importiert alles ausser `funct1` aus dem Modul

```
...  
import MyModule1 hiding (funct1)  
...
```

Umbennenen des importierten Moduls

```
...  
import Foo as Bar  
...
```


Set

Einleitung

- Mengen sind für viele Anwendung nützlich
- Beinhalten Elemente nur einmal
- Reihenfolge der beinhalteten Elemente irrelevant
- Beispielimplementation für ADT
- Grundlegende Funktionen implementiert

Einfache Funktionen

Definition

```
empty      :: (Eq a) => Set a
isEmpty    :: (Eq a) => Set a -> Bool
member     :: (Eq a) => Set a -> a -> Bool
```

Einfache Funktionen

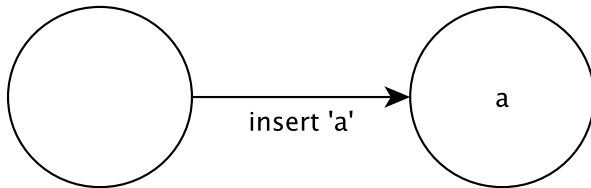
Axiome

```
isEmpty empty           = true
isEmpty (insert x xs)   = false
member empty y          = false
member (insert x xs) y  = (x = y)
                        || member xs y
```

Insert

Definition

```
insert    :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
```



Insert

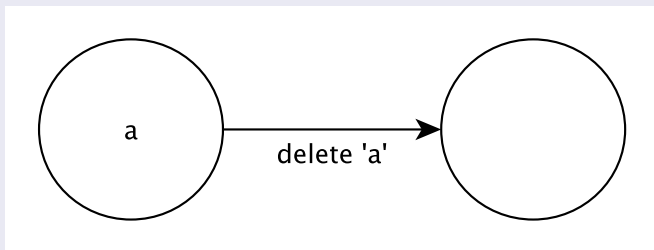
Axiome

```
insert x (insert x xs) = insert x xs  
insert x (insert y xs) = insert y  
                        (insert x xs)
```

Delete

Definition

```
delete    :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
```



Delete

Axiome

```
delete x empty           = empty
delete x (insert y xs) = if   x = y
                           then delete x xs
                           else insert y
                               (delete x xs)
```


Implementierungsmöglichkeiten

- Listen
- einfache Bäume
- Binäre Suchbäume
- und weitere

Implementierung mit Hilfe von Listen

Bedingungen - zur Verdeutlichung

- Einmaliges Vorkommen eines Elements in einer Liste
- Die Liste ist sortiert

Implementierung mit Hilfe von Listen

Modul und Generator

```
module LSet (LSet, empty, isEmpty, insert,
             member, delete) where

newtype LSet a = LSt ([a])
```

Implementierung mit Hilfe von Listen

Grundfunktionen

```
empty :: LSet a  
empty = LSt []
```

```
isEmpty :: LSet a -> Bool  
isEmpty (LSt x) = null x
```

Implementierung mit Hilfe von Listen

member auf Basis einer sortierten Liste

```
member :: (Ord a) =>
        LSet a -> a -> Bool

member (LSt xs) x = if null ys
                    then False
                    else (x == head ys)
                    where ys =
                        dropWhile (<x) $ xs
```

Implementierung mit Hilfe von Listen

insert für sortierte eindeutige Listen

```
insert :: (Ord a) =>
        a -> LSet a -> LSet a

insert x (LSt xs) =
  LSt (ys ++ [x] ++ (filter (/=x) zs))
  where
    (ys, zs) = span (<x) xs
```

Implementierung mit Hilfe von Listen

delete für sortierte eindeutige Listen

```
delete                :: (Eq a) =>  
                        a -> LSet a -> LSet a  
delete x (LSt xs) = LSt(filter (/=x) xs)
```

Implementierung mit Hilfe von Bäumen

Modul und Generator

```
module SetByTree (TSet, empty, isEmpty,  
                  member, insert, delete)  
where  
    data TSet a = Null  
                | Fork (TSet a) a (TSet a)
```


Implementierung mit Hilfe von Bäumen

Grundfunktionen

```
empty :: TSet a  
empty = Null
```

```
isEmpty :: TSet a -> Bool  
isEmpty Null = True  
isEmpty (Fork xt y zt) = False
```

Implementierung mit Hilfe von Bäumen

member auf einen Baum

```
member          :: (Ord a) =>
                  TSet a -> a -> Bool

member Null x = False
member (Fork xt y zt) x
  | (x < y)      = member xt x
  | (x == y)     = True
  | (x > y)      = member zt x
```

Implementierung mit Hilfe von Bäumen

insert

```
insert :: (Ord a) =>
        a -> TSet a -> TSet a

insert x Null = (Fork Null x Null)
insert x (Fork xt y zt)
    | (x < y)      = Fork (insert x xt) y zt
    | (x == y)     = Fork xt y zt
    | (x > y)      = Fork xt y (insert x zt)
```

Implementierung mit Hilfe von Bäumen

delete

```
delete          :: (Ord a) =>
                  a -> TSet a -> TSet a

delete x Null = Null
delete x (Fork xt y zt)
  | (x < y)      = Fork (delete x xt) y zt
  | (x == y)     = join xt zt
  | (x > y)      = Fork xt y (delete x zt)
```

Vergleich der Implementierungen

Funktion	Liste	ausbalancierter Baum
empty	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
isEmpty	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
member	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$
insert	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$
delete	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$

Flexible Arrays

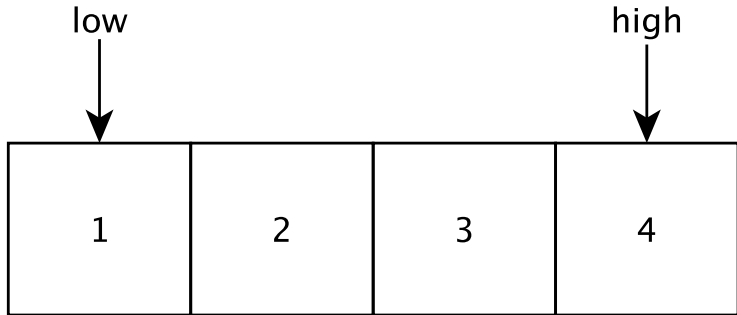
Einleitung

Beschreibung

- Datentyp für endliche Listen mit indiziertem Zugriff
- Keine festen Grenzen
 - Anfügen am Anfang sowie am Ende
- Geeignete Repräsentation durch Bäume
 - Knoten enthalten Anzahl der Elemente (Binary Search Tree)
 - Informationen befindet sich in den Blättern

Einleitung

Arraydarstellung



Definition

Definition

```
empty    :: Flex a
isEmpty  :: Flex a -> Bool
access   :: Flex a -> Int -> a
update   :: Flex a -> Int -> a -> Flex a
hiext    :: a -> Flex a -> Flex a
loext    :: a -> Flex a -> Flex a
hirem    :: Flex a -> Flex a
lorem    :: Flex a -> Flex a
```

Definition

Axiome

```
hiext x . loext x      = loext y . hiext x
hirem empty           = error
hirem (hiext x xf)    = xf
hirem (loext x empty) = empty

hirem (loext x (hiext y xf)) =
  loext x xf
hirem (loext x (loext y xf)) =
  loext x (hirem (loext y xf))
```

Implementierungsmöglichkeit

access

```
access :: Flex a -> Int -> a

access (Leaf x) 0      = x
access (Fork n xt yt) k =
  if    k < m
  then  access xt k
  else  access yt (k - m)
where
  m = size xt
```

Implementierungsmöglichkeit

update

```
update :: Flex a -> Int -> a -> Flex a

update (Leaf y) 0 val          = Leaf val
update (Fork n xt yt) pos val
  | (pos < m) = Fork n (update xt pos val) yt
  | otherwise = Fork n xt
                  (update yt (pos - m) val)
where m      = size xt
```

Implementierungsmöglichkeit

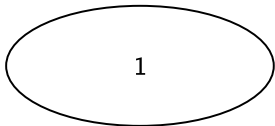
hiext

```
hiext :: a -> Flex a -> Flex a

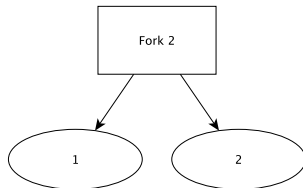
hiext x Null = Leaf x
hiext x (Leaf y) =
  Fork 2 (Leaf y) (Leaf x)
hiext x (Fork n xt yt) =
  Fork (n + 1) (Fork n xt yt) (Leaf x)
```

Implementierungsmöglichkeit

hiext 1

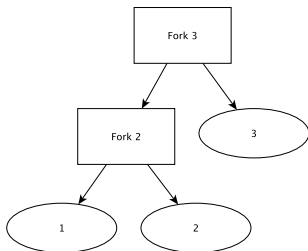


hiext 2 . hiext 1

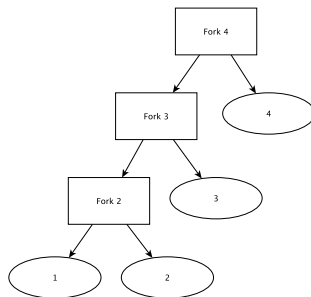


Implementierungsmöglichkeit

hiext 3 . hiext 2 . hiext 1



hiext 4 . hiext 3 . hiext 2 .
hiext 1



Implementierungsmöglichkeit

hirem

```
hirem :: Flex a -> Flex a
```

```
hirem (Leaf x) = Null
```

```
hirem (Fork (n + 1) xt yt) =  
    fork n xt (hirem yt)
```


Vordefinierte ADTs

Vordefinierte ADTs

- Data.List
- Data.Tuple
- Data.Map
- Data.HashTable
- Data.Array
- Data.Set
- Data.Tree
- ...

Quellen

- Richard Bird - Introduction to Functional Programming using Haskell second edition
- http://de.wikipedia.org/wiki/Abstrakter_Datentyp
- <http://www.fh-wedel.de/~si/vorlesungen/java/00P/Adts.html>
- Eduard Wiebe - Konzepte der Programmiersprachen (ss 2007)
- D. Rösner - Algorithmen und Datenstrukturen 1 (22. Nov 2009)
- Alte Vorträge