

## ***Die Entwicklung der Bienenpopulation<sup>1)</sup>***

Eine Bienenkönigin hat als Eltern eine Königin und eine Drohne. Eine Drohne hat als Eltern nur eine Königin (sie entschlüpft einem unbefruchteten Ei).

Die  $n$ . Vorfahrensgeneration einer Biene  $b$  sei als Menge von Bienen folgendermaßen definiert:

Die 0. Vorfahrensgeneration von  $b$  enthält nur die Biene  $b$  selbst.

Die  $(n+1)$ . Vorfahrensgeneration von  $b$  besteht aus allen Eltern von Bienen der  $n$ . Vorfahrensgeneration von  $b$ .

Die 1. Vorfahrensgeneration sind also die Eltern, die 2. die Großeltern, usw.

Beweisen Sie durch Induktion über  $n$  folgende Sätze:

- i) Die  $n$ . Vorfahrensgeneration einer Drohne besteht aus  $F_{n+1}$  Bienen.<sup>2</sup>
- ii) Die  $n$ . Vorfahrensgeneration einer Königin besteht aus  $F_{n+2}$  Bienen.<sup>2</sup>

Hinweis: Sie müssen den Schluss von  $n$  auf  $n+1$  für beide Sätze gleichzeitig führen, da Sie zum Beweis der Aussage jedes Satzes für  $n+1$  die Aussagen beider Sätze für  $n$  benötigen.

---

<sup>1</sup> Siehe auch Beutelspacher, S. 42, Nr. 18

<sup>2</sup> Hierbei ist  $F_n$  die  $n$ . Fibonaccizahl.